受験番号								

令和７年度入学試験解答用紙

数　学（６枚の１）

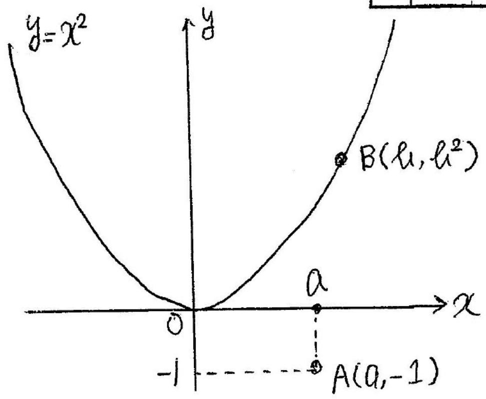
（理，工，医（保健学科放射線技術科学専攻）受験者用）

評点	1		
			0

小数点

1

$B(b, b^2)$ $(b \neq 0)$ とおく。



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} a \\ -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b \\ b^2 \end{pmatrix} = ab - b^2$ —①

$\triangle OAB$の面積 $= \frac{1}{2}|ab^2 + b|$

$= \frac{1}{2}|b(ab+1)|$ —②

(1) $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ のとき $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 0$

①より $ab - b^2 = 0$, $b \neq 0$ から $b = a$

このとき②より $S = \frac{1}{2}|a(a^2+1)| = \frac{1}{2}a(a^2+1)$

また，Bの座標は $B(a, a^2)$

(2) ①より $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = -b^2 + ab = -\left(b - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$ となる。

$b = \frac{a}{2}$ のとき $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ は最大になり，このとき②より $T = \frac{1}{2}\left|\frac{a}{2}\left(\frac{a^2}{2}+1\right)\right| = \frac{a}{8}(a^2+2)$

また，Bの座標は $B\left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{4}\right)$

(3) $S = 3T$ となるとき，(1),(2)の結果から，$\frac{1}{2}a(a^2+1) = \frac{3}{8}a(a^2+2)$

$a \neq 0$ に注意してこれを整理すると $a^2 = 2$，$a > 0$ より $a = \sqrt{2}$．よってAの座標は $A(\sqrt{2}, -1)$

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

◇K15(833—16)

受験番号								

令和７年度入学試験解答用紙

数　　学（６枚の２）

（理，工，歯，医（保健学科放射線技術科学専攻）受験者用）

評点	2		
			0

小数点

2

(1) $y=e^{-2x}\sin^2 x \quad \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$

$y'=-2e^{-2x}\sin^2 x+2e^{-2x}\sin x\cos x$

$=2e^{-2x}\sin x(\cos x-\sin x)$

$y'=0$を解くと，$x=0,\ \frac{\pi}{4}$

これより，増減表は右のようになる

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↘		↗		↘	

よって，$x=0$のとき極小値0，$x=\frac{\pi}{4}$のとき極大値$\frac{1}{2e^{\frac{\pi}{2}}}$をとる。

(2) $F(t)=\int_0^t e^{-2x}\sin^2 x\,dx$

(a) $F(t)=\left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\sin^2 x\right]_0^t-\int_0^t -\frac{1}{2}e^{-2x}\cdot 2\sin x\cos x\,dx$

$=-\frac{1}{2}e^{-2t}\sin^2 t+\frac{1}{2}\int_0^t e^{-2x}\sin 2x\,dx=-\frac{1}{2}e^{-2t}\sin^2 t+\frac{1}{2}J(t)$

(b) $I(t)=\int_0^t e^{-2x}\cos 2x\,dx$

$=\left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\cos 2x\right]_0^t-\int_0^t -\frac{1}{2}e^{-2x}(-2\sin 2x)\,dx$

$=-\frac{1}{2}e^{-2t}\cos 2t+\frac{1}{2}-\int_0^t e^{-2x}\sin 2x\,dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-2t}\cos 2t-J(t)$

(c) $J(t)=\int_0^t e^{-2x}\sin 2x\,dx$

$=\left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\sin 2x\right]_0^t-\int_0^t -\frac{1}{2}e^{-2x}(2\cos 2x)\,dx$

$=-\frac{1}{2}e^{-2t}\sin 2t+\int_0^t e^{-2x}\cos 2x\,dx=-\frac{1}{2}e^{-2t}\sin 2t+I(t)$

(3) (2)の(a),(c)より

$2J(t)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-2t}(\sin 2t+\cos 2t)$

$J(t)=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}e^{-2t}\sin\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$

(a)に代入すると

↓

裏面に続く

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

2

裏面の始まり→

$$F(t) = -\frac{1}{2}e^{-2t}\sin^2 t + \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{8}e^{-2t}\sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$0 \leqq \sin^2 t \leqq 1$,　$-1 \leqq \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$,　$\lim_{t\to\infty} e^{-2t} = 0$　より

$$\lim_{t\to\infty} F(t) = \frac{1}{8}$$

令和７年度入学試験解答用紙

受験番号									

数　　学　（６枚の３）

（理，工，歯，医（医学科，保健学科放射線技術科学専攻）受験者用）

評点	3		
			0

小数点

3

$x^2-x-1=0$ —(*)　$\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\beta=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\alpha+\beta=1$，$\alpha\beta=-1$，$a_n=\alpha^{n-1}+\beta^{n-1}\ (n=1,2,3,\cdots)$

(1) $a_1=\alpha^0+\beta^0=2$，　$a_2=\alpha+\beta=1$，　$a_3=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1-2(-1)=3$

$a_4=\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=1-3(-1)\cdot1=4$

$a_5=\alpha^4+\beta^4=(\alpha^2+\beta^2)^2-2(\alpha\beta)^2=9-2(-1)^2=7$

(2) α,βは(*)の解なので，$\alpha^2-\alpha=1$ —①，$\beta^2-\beta=1$ —②

①$\times\alpha^{n-1}$から　$\alpha^{n+1}-\alpha^n=\alpha^{n-1}$，②$\times\beta^{n-1}$から　$\beta^{n+1}-\beta^n=\beta^{n-1}$が成り立つ。

(3) $b_1=a_2-a_1=-1$

また，$n\geqq2$のとき，(2)の結果を用いると

$b_n=a_{n+1}-a_n=(\alpha^n+\beta^n)-(\alpha^{n-1}+\beta^{n-1})$

$=(\alpha^n-\alpha^{n-1})+(\beta^n-\beta^{n-1})=\alpha^{n-2}+\beta^{n-2}=a_{n-1}$が成り立つ。

(4) (3)の結果から

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{n+1}$

$=(a_3-a_2)+(a_4-a_3)+(a_5-a_4)+\cdots\cdots+(a_{n+2}-a_{n+1})$

$=a_{n+2}-a_2=a_{n+2}-1$ が成り立つ。

(5) (2)の結果から　$(\alpha^{n+1}+\beta^{n+1})-(\alpha^n+\beta^n)=\alpha^{n-1}+\beta^{n-1}$　つまり　$a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$ —③

が成り立つ。このとき，すべての自然数nに対して

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k^2=a_na_{n+1}+2$ —④

が成り立つことを数学的帰納法で示す。

(i) $n=1$のとき　④の左辺$=a_1^2=4$，④の右辺$=a_1a_2+2=4$となり④は成り立つ。

(ii) $n=l$のとき，④が成り立つと仮定，つまり　$\displaystyle\sum_{k=1}^{l}a_k^2=a_la_{l+1}+2$と仮定

このとき，③を用いると

裏面に続く
↓

裏面の始まり→

$$\sum_{k=1}^{l+1} a_k^2 = \sum_{k=1}^{l} a_k^2 + a_{l+1}^2$$

$$= a_l a_{l+1} + 2 + a_{l+1}^2 = a_{l+1}(a_l + a_{l+1}) + 2 = a_{l+1}a_{l+2} + 2$$

となって $n = l+1$ のときも④は成り立つ。

以上より、すべての自然数 n に対して、④は成り立つ。

令和７年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　　学　（６枚の４）

（理，工，歯，医（医学科，保健学科放射線技術科学専攻）受験者用）

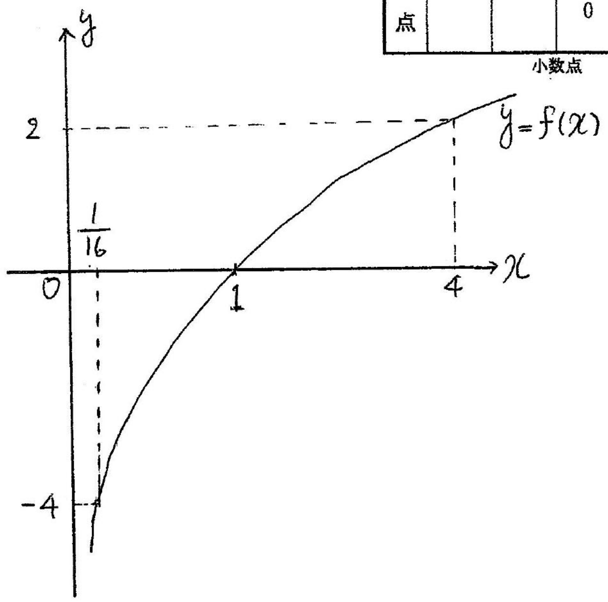
評点	4		
			0

小数点

4

(1) $f(x)=\log_2 x$ のグラフの概形は

右のようになる。



$\frac{1}{16} \leqq x \leqq 4$ のとき

$f\left(\frac{1}{16}\right) \leqq f(x) \leqq f(4)$

$-4 \leqq f(x) \leqq 2$

(2) $g(X)=|X^2-2X-3|-|X^2-X|$

$$= \begin{cases} -X-3 & (X \leqq -1,\ 3 \leqq X) \\ -2X^2+3X+3 & (-1 \leqq X \leqq 0,\ 1 \leqq X \leqq 3) \\ X+3 & (0 \leqq X \leqq 1) \end{cases}$$

であることより

$$g(f(x))= \begin{cases} -f(x)-3 & (f(x) \leqq -1,\ 3 \leqq f(x)) \\ -2(f(x))^2+3f(x)+3 & (-1 \leqq f(x) \leqq 0,\ 1 \leqq f(x) \leqq 3) \\ f(x)+3 & (0 \leqq f(x) \leqq 1) \end{cases}$$

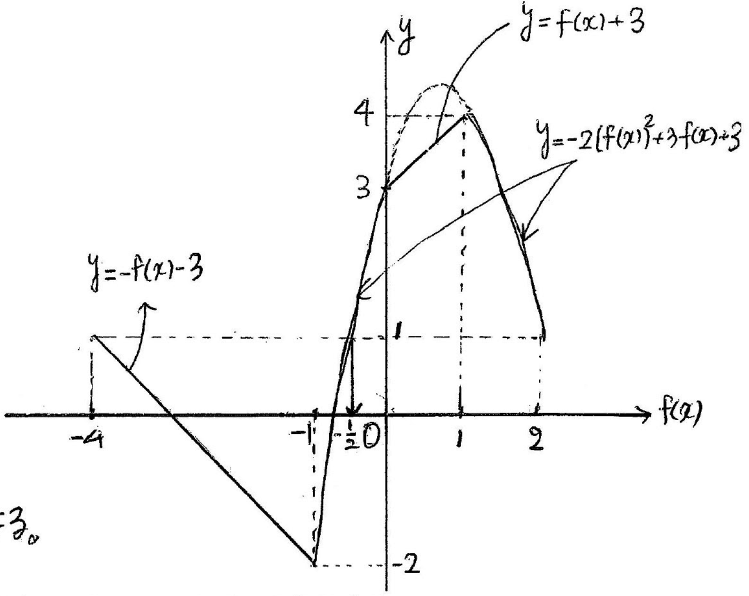
となる。(1)より $\frac{1}{16} \leqq x \leqq 4$ のとき $-4 \leqq f(x) \leqq 2$ となるので，$y=g(f(x))$ のグラフの概形

は次のようになる

裏面に続く
↓

裏面の始まり→

右のグラフより $-2 \leqq h(x) \leqq 4$



(3) $y=f(x)\ \left(\frac{1}{16} \leqq x \leqq 4\right)$ は単調増加なので

x と $f(x)$ は1対1に対応する。

これより，$y=h(x)\ \left(\frac{1}{16} \leqq x \leqq 4\right)$ のグラフと

直線 $y=1$ との共有点の個数は

右のグラフより3個である。

このとき $f(x)=-4, -\frac{1}{2}, 2$ であり，

共有点の x 座標はそれぞれ $\frac{1}{16}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 4$ となる。

(4) (3)と同様に考えると，右のグラフから共有点をもつのは $-2 \leqq a \leqq 4$ のときであり，

$a=-2, 4$ のとき　共有点の個数は 1個

$-2<a<1,\ 1<a<4$ のとき　共有点の個数は 2個

$a=1$ のとき　共有点の個数は 3個

となる。

令和７年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　　学　（６枚の５）

（理（理数重点選抜），工，歯，医（医学科）受験者用）

評点	5		
			0

小数点

5

(1) $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ $(r>0,\ 0\leqq\theta<2\pi)$ とおくと，

$$iz^2=\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)\cdot r^2(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)$$

$$=r^2\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)\right\}$$ である。

$iz^2=2$ のとき　$r^2=2$ —①，$\frac{\pi}{2}+2\theta=2k\pi$ (k：整数) —②

①より $r=\sqrt{2}$，$0\leqq\theta<2\pi$ から ②より $\frac{\pi}{2}+2\theta=2\pi,\ 4\pi$，　$\therefore\ \theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$

よって　$z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right),\ \sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi+i\sin\frac{7}{4}\pi\right)$

$=-1+i,\ 1-i$

(2) (1)と同様に $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ $(r>0,\ 0\leqq\theta<2\pi)$ とおくと

$$iz^2=r^2\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)\right\}$$ である。

$0<iz^2\leqq2$ のとき　iz^2は実数なので，$\frac{\pi}{2}+2\theta=2k\pi$ (k：整数) —③

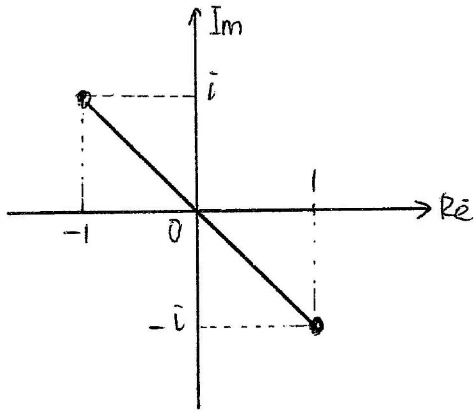
であり　$0<r^2\leqq2$ である。

$0\leqq\theta<2\pi$ から ③より $\frac{\pi}{2}+2\theta=2\pi,\ 4\pi$.　$\therefore\ \theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$

(3) (＊)をみたす z 全体の集合 S は

(2)から $0\leqq r\leqq\sqrt{2}$，$\theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$

これを図示すると，右図の太線部分



(4) $z=x+yi$ (x,y：実数) とおくと，

(3)より　$y=-x$ $(-1\leqq x\leqq1)$ なので

$z=x-xi$ $(-1\leqq x\leqq1)$ とかける。

裏面に続く

↓

裏面の始まり→

このとき，$\dfrac{z}{z+2}=\dfrac{x-xi}{(x+2)-xi}=\dfrac{x-xi}{\{(x+2)-xi\}}\times\dfrac{\{(x+2)+xi\}}{\{(x+2)+xi\}}$

$=\dfrac{x^2+x-xi}{x^2+2x+2}$ であり

実部は $\dfrac{x^2+x}{x^2+2x+2}=1-\dfrac{x+2}{x^2+2x+2}$ である。

$f(x)=1-\dfrac{x+2}{x^2+2x+2}$ $(-1\leqq x\leqq 1)$ とすると，

$f'(x)=\dfrac{x^2+4x+2}{(x^2+2x+2)^2}$

$f'(x)=0$ を解くと，$x=-2\pm\sqrt{2}$ となり

増減表は右のようになる。

x	-1		$-2+\sqrt{2}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$	↗	

$x=-2+\sqrt{2}$ のとき 実部は最小値 $\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$ をとる。

令和７年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　　学　（6枚の6）

（医（医学科）受験者用）

評点	$\boxed{6}$		
			0

小数点

$\boxed{6}$

(1) $f(x) = x\sin^2 x$ とおく。

$f'(x) = 1\cdot\sin^2 x + 2x\sin x\cos x = \sin x(\sin x + 2x\cos x)$

これより，$f'(n\pi) = 0$，$f'\left(\dfrac{2n-1}{2}\pi\right) = 1$ である。

C上の点 $P_n(n\pi,\ 0)$ における接線の方程式は

$$y = f'(n\pi)(x - n\pi) + 0 \qquad \therefore\ y = 0$$

C上の点 $Q_n\left(\dfrac{2n-1}{2}\pi,\ \dfrac{2n-1}{2}\pi\right)$ における接線の方程式は

$$y = f'\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\left(x - \frac{2n-1}{2}\pi\right) + \frac{2n-1}{2}\pi, \qquad \therefore\ y = x$$

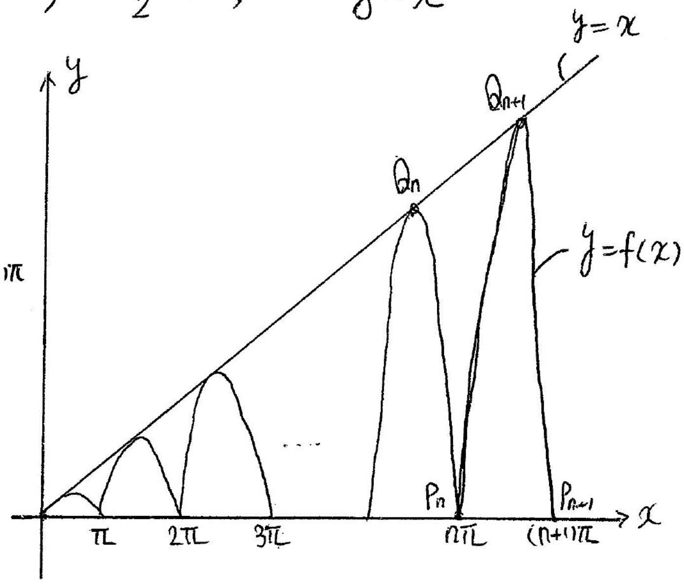
(2)

$$S_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} x\sin^2 x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} (x - x\cos 2x)dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2} - \left(x\frac{\sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}\right)\right]_{n\pi}^{(n+1)\pi}$$

$$= \frac{2n+1}{4}\pi^2$$



(3)

$$T_n = \int_{\frac{2n-1}{2}\pi}^{\frac{2n+1}{2}\pi} (x - x\sin^2 x)\,dx$$

$$= \int_{\frac{2n-1}{2}\pi}^{\frac{2n+1}{2}\pi} \left(x - x\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}\right)dx = \frac{1}{2}\int_{\frac{2n-1}{2}\pi}^{\frac{2n+1}{2}\pi} (x + x\cos 2x)dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2} + x\cdot\frac{\sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4}\right]_{\frac{2n-1}{2}\pi}^{\frac{2n+1}{2}\pi}$$

$$= \frac{n}{2}\pi^2$$

裏面に続く

↓

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

$\boxed{6}$

◇K18(833—48)

裏面の始まり→

(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{k} S_n = \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{4}(2n+1)\pi^2 = \frac{1}{4}\times\frac{k(3+2k+1)}{2}\pi^2 = \frac{1}{4}k(k+2)\pi^2$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{k} T_n = \sum_{n=1}^{k} \frac{n}{2}\pi^2 = \frac{1}{2}\times\frac{k(k+1)}{2}\pi^2 = \frac{1}{4}k(k+1)\pi^2$

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\sum_{n=1}^{k} S_n}{\sum_{n=1}^{k} T_n} = \lim_{k\to\infty}\frac{\frac{1}{4}k(k+2)\pi^2}{\frac{1}{4}k(k+1)\pi^2} = \lim_{k\to\infty}\frac{k+2}{k+1} = \lim_{k\to\infty}\frac{1+\frac{2}{k}}{1+\frac{1}{k}} = 1$$