1

問1(1)　上面　$(P_0 + d_\mathrm{w} zg)\,S$　　下面　$\{P_0 + d_\mathrm{w}(z+h)\,g\}S$

(2)　鉛直方向　向き：鉛直上向き　　大きさ：$d_\mathrm{w} Shg$

理由（鉛直方向）
下面が受ける鉛直上向きの力 $\{P_0 + d_\mathrm{w}(z+h)\,g\}S$ と上面が受ける鉛直下向きの力 $(P_0 + d_\mathrm{w} zg)\,S$ の差が合力となるから。

水平方向　向き：　　大きさ：0

理由（水平方向）
同じ深さの位置において，直方体の向かいあった側面にはたらく水平方向の力は，大きさが同じで逆向きとなり，互いに打ち消しあうから。

問2(1)　1 mol の状態方程式 $P_0 V = 1 \cdot RT_0$ において，$d_0 = \dfrac{1 \cdot w}{V}$ であるから

$$P_0 \cdot \frac{w}{d_0} = 1 \cdot RT_0 \qquad \therefore \quad d_0 = \underline{\frac{P_0 w}{RT_0}}$$

(2)　浮力の大きさは $d_0 V_0 g$ であるから

$$d_0 V_0 g = \underline{\frac{P_0 w}{RT_0} V_0 g}$$

(3)　鉛直方向の力のつり合いより

$$d_1 V_0 g + Mg = d_0 V_0 g \qquad \therefore \quad d_1 = \underline{d_0 - \frac{M}{V_0}}$$

(4)　(1)と同様に，$d_1 = \dfrac{P_0 w}{RT_1}$ であるから

$$\frac{d_0}{d_1} = \frac{T_1}{T_0} \qquad \therefore \quad T_1 = \underline{\frac{d_0}{d_1} T_0}$$

(5)　(3)の関係式で，$d_1 \to 0$，$M \to M_\mathrm{c}$ として

$$M_\mathrm{c} = \underline{d_0 V_0}$$

(6)　温度 T_2，T_3 における密度を d_2，d_3 とすると，$d_2 = \dfrac{P_0 w}{RT_2}$，$d_3 = \dfrac{P_3 w}{RT_3}$ であり，力のつり合いより

$$d_2 V_0 g + Mg = d_3 V_0 g$$

が成り立つから

$$\frac{P_0 w}{RT_2} V_0 g + Mg = \frac{P_3 w}{RT_3} V_0 g \qquad \therefore \quad P_3 = \underline{\frac{T_3}{T_2} P_0 + \frac{RT_3}{wV_0} M}$$

問3(1)　$\{P_0 + d_\mathrm{w}(z_0+h)\,g\}S$

(2)　$\dfrac{nRT}{h}$

(3)　大きさ $d_{\mathrm{w}}Shg$ の浮力と重力 mg がつり合うから $h = \dfrac{m}{d_{\mathrm{w}}S}$ となる。また，(1)と(2)は等しいので，

$$P_0S + d_{\mathrm{w}}z_0gS + d_{\mathrm{w}}hgS = \frac{nRT}{h} \qquad \cdots\cdots(*)$$

h を代入して

$$P_0S + d_{\mathrm{w}}z_0gS + d_{\mathrm{w}}\frac{m}{d_{\mathrm{w}}S}gS = nRT\frac{d_{\mathrm{w}}S}{m}$$

$$\therefore \quad z_0 = \frac{1}{d_{\mathrm{w}}gS}\left(\frac{nRTd_{\mathrm{w}}S}{m} - P_0S - mg\right)$$

$$= \underline{\frac{nRT}{mg} - \frac{P_0S + mg}{d_{\mathrm{w}}gS}}$$

(4)

h の増減に対する理由

（$*$）式において，P_0 が増えたときの h の変化は z_0 の変化より十分速いので，左辺の $d_{\mathrm{w}}z_0gS$ の変化は $d_{\mathrm{w}}hgS$ の変化に比べて無視できる。よって，P_0 が増えたとき h は減る。　　答　h は減る

管の浮沈に関する理由

h が小さくなるので浮力は減少し，管は沈む。　　答　管は沈む

$\boxed{2}$

(1) $\dfrac{V}{L}$

(2) $\mathrm{m}^0 \cdot \mathrm{kg}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{A}^0$

(3) 電子にはたらく力のつり合いより

$$-kv_{\mathrm{S}} - \frac{eV}{L} = 0 \qquad \therefore \quad v_{\mathrm{S}} = -\frac{eV}{kL}$$

(4) 体積 $S \times |v_{\mathrm{S}}|\,\varDelta t$ の中にある電子が断面を通過すると考えられる。符号に気をつけて，

$$\varDelta N = nv_{\mathrm{S}}S\varDelta t$$

(5) 電流とは単位時間あたりに断面を通過する電荷なので

$$I = \frac{-e\varDelta N}{\varDelta t}$$

(6) (3)〜(5)より

$$I = \frac{ne^2S}{kL}V = \frac{V}{\dfrac{kL}{ne^2S}}$$

オームの法則 $I = \dfrac{V}{R}$ と比較して，

$$R = \frac{kL}{ne^2S}$$

(7) $R \propto \dfrac{L}{S}$ なので，抵抗値が $\dfrac{1}{10}$ 倍の抵抗を作るには

$$\frac{L'}{S'} = \frac{1}{10} \cdot \frac{L}{S}$$

とすればよい。これと体積一定より SL が一定であることから，

$$S' = \sqrt{10}S$$

$$L' = \frac{L}{\sqrt{10}}$$

(8) (6)より，単位換算に気をつけて

$$k = \frac{ne^2SR}{L}$$

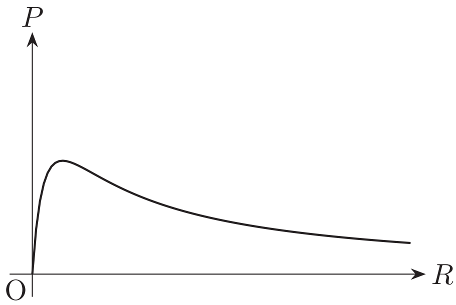
$$= \frac{1.0 \times 10^{28}\,〔\mathrm{m}^{-3}〕 \times (1.6 \times 10^{-19}\,〔\mathrm{C}〕)^2 \times 3.14 \times (1.0 \times 10^{-3}\,〔\mathrm{m}〕)^2 \times 2.0 \times 10^{-2}\,〔\Omega〕}{3.1 \times 10^{-3}\,〔\mathrm{m}〕}$$

$$= 5.18... \times 10^{-15}\,〔\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1}〕 = 5.2 \times 10^{-15}\,〔\mathrm{m}^0 \cdot \mathrm{kg}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{A}^0〕$$

(9)　流れる電流は $\dfrac{V}{R+r}$ なので消費電力は

$$P = R\left(\frac{V}{R+r}\right)^2 = \frac{V}{R+r} - \frac{rV}{(R+r)^2}$$

これより，R が $-r$ に近いときに第 2 項が優勢になり，R が大きいときには第 1 項が優勢になる。それをなめらかにつなげば右図のようなグラフが得られる。



(10)　P は

$$P = \left(\frac{V}{\sqrt{R}+r/\sqrt{R}}\right)^2 \leqq \left(\frac{V}{2\sqrt{\sqrt{R}\cdot r/\sqrt{R}}}\right)^2 \quad (\because\ \text{相加・相乗平均の関係})$$

$$= \frac{V^2}{4r}$$

等号成立は $\sqrt{R} = \dfrac{r}{\sqrt{R}}$ より $R = r$ のときである。よって

$$r = \frac{kL}{ne^2S} \qquad \therefore\ L = \frac{ne^2Sr}{k}$$

(11)　電子にはたらくのは，電場からの力と抵抗力である。

$$ma = -kv - \frac{eV}{L}$$

(12)　時間微分を実行して，

$$a(t) = -AB\mathrm{e}^{-Bt}$$

運動方程式に代入して

$$-mAB\mathrm{e}^{-Bt} = -kA\mathrm{e}^{-Bt} - kC - \frac{eV}{L}$$

どんな t でも成立するはずなので

$$-mAB = -kA$$

$$-kC - \frac{eV}{L} = 0$$

また，$t = 0$ で $v(0) = 0$ より

$$0 = A + C$$

以上より

$$A = \frac{eV}{kL}$$

$$B = \frac{k}{m}$$

$$C = -\frac{eV}{kL}$$