

1

〔A〕 (a) $f = \underline{mg \sin \theta}$

(b) エネルギーの関係より

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - mgr \tan \theta = -\mu' mg \cos \theta \cdot \frac{r}{\cos \theta}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{2gr(\tan \theta - \mu')}$$

$$(c) W = -\mu' mg \cos \theta \cdot \frac{r}{\cos \theta} = -\underline{\mu' mgr}$$

〔B〕 (d) 遠心力を考慮した力のつり合いより

$$N = \underline{mg \cos \theta + mr\omega^2 \sin \theta}$$

(e) ⑤

(f) このときの摩擦力の大きさを f_0 として、力のつり合いより

$$f_0 + mg \sin \theta = mr\omega_0^2 \sin \theta$$

このときの垂直抗力の大きさを N_0 として、(d) と同様に

$$N_0 = mg \cos \theta + mr\omega_0^2 \sin \theta$$

このとき $f_0 = \mu N_0$ が成立し

$$-mg \sin \theta + mr\omega_0^2 \sin \theta = \mu(mg \cos \theta + mr\omega_0^2 \sin \theta)$$

$$\therefore \omega_0 = \sqrt{\frac{g(\tan \theta + \mu)}{r(1 - \mu \tan \theta)}}$$

〔C〕 (g) $\Delta v = \underline{r\Delta\omega}$ (h) ⑧(i) このときの摩擦力の大きさを f_1 として、力のつり合いより

$$f_1 = \sqrt{(mg \sin \theta)^2 + \left(m \frac{\Delta v}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{(mg \sin \theta)^2 + \left(mr \frac{\Delta \omega}{\Delta t}\right)^2}$$

このときの垂直抗力の大きさを N_1 として、力のつり合いより

$$N_1 = mg \cos \theta$$

このとき $f_1 > \mu N_1$ が成立し

$$\sqrt{(mg \sin \theta)^2 + \left(mr \frac{\Delta \omega}{\Delta t}\right)^2} > \mu(mg \cos \theta)$$

$$\therefore \underline{\frac{\Delta \omega}{\Delta t} > \frac{g}{r} \sqrt{(\mu \cos \theta)^2 - \sin^2 \theta}}$$

2

〔A〕 (a) $-\frac{\varepsilon_0 S}{d} V$ (b) $\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 S}{d} V^2$

〔B〕 (c) 上下の極板および導体円板に生じる電荷を右図のように仮定する。導体円板の電荷保存，および電位の関係より

$$\begin{cases} -Q_1 + Q_2 = -\frac{\varepsilon_0 S}{d} V \\ \frac{Q_2}{\frac{\varepsilon_0 S}{y}} + \frac{Q_1}{\frac{\varepsilon_0 S}{d-y}} = V \end{cases}$$

この2式より

$$Q_1 = \frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} (d+y) \quad , \quad Q_2 = \frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} y$$

よって，上面： $-\frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} (d+y)$ ，下面： $\frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} y$

(d) 全静電エネルギーを $U(y)$ とすると

$$\begin{aligned} U(y) &= \frac{Q_1^2}{2 \left(\frac{\varepsilon_0 S}{d-y} \right)} + \frac{Q_2^2}{2 \left(\frac{\varepsilon_0 S}{y} \right)} \\ &= \frac{d-y}{2\varepsilon_0 S} \left\{ \frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} (d+y) \right\}^2 + \frac{y}{2\varepsilon_0 S} \left(\frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} y \right)^2 \\ &= \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^4} (d-y)(d+y)^2 + \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^4} y^3 = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d} \left\{ 1 + \frac{y}{d} - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

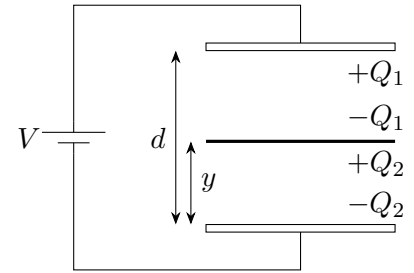
(e) 距離 y における導体円板の上昇速度を v ，このときまでに電池を通過した電荷を ΔQ とすると，エネルギー保存より

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v^2 + U(y) + mgy &= U(0) + \Delta Q \cdot V \\ \frac{1}{2} m v^2 + \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d} \left\{ 1 + \frac{y}{d} - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right\} + mgy &= \frac{\varepsilon_0 S}{2d} V^2 + \left\{ \frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} (d+y) - \frac{\varepsilon_0 S}{d} V \right\} V \\ \therefore \frac{1}{2} m v^2 &= -\frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d} \left\{ \frac{y}{d} - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right\} - mgy + \frac{\varepsilon_0 S V^2 y}{d^2} \\ &= \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2} y \left(1 + \frac{y}{d} \right) - mgy \\ \therefore v &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 S V^2}{m d^2} y \left(1 + \frac{y}{d} \right) - 2gy} \end{aligned}$$

(f) 上の極板の電荷変化に着目して

$$I = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 S V}{d^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 S V^2}{m d^2} y \left(1 + \frac{y}{d} \right) - 2gy} \quad \left(\because \frac{\Delta y}{\Delta t} = v \right)$$

(g) ①



3

〔A〕 (a) $p_0 + \frac{mg}{S}$

(b) 求める温度を T_b として、ポアソンの式より

$$T_b \left(S \frac{x_1}{8} \right)^{\frac{2}{3}} = T_1 (S x_1)^{\frac{2}{3}} \quad \therefore T_b = 8^{\frac{2}{3}} T_1 = \underline{\underline{4T_1}}$$

(c) (a)で求めた圧力を $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ とおく。熱力学第一法則より、求める仕事は気体の内部エネルギー変化に等しいので、気体の物質量を n として、

$$\frac{3}{2} nR(T_b - T_1) = \frac{9}{2} nRT_1 = \frac{9}{2} p_1 S x_1 = \frac{9}{2} (p_0 S + mg) x_1 \quad (\because \text{状態方程式 } p_1 S x_1 = nRT_1)$$

〔B〕 (d) シリンダー A 内の気体の初期状態は問(a)の場合に等しい。圧力と温度が等しい気体の物質量は気体の体積に比例するので、 $x_1 \rightarrow x_2$ とピストン A が移動する間にシリンダー A からシリンダー B へ流出した気体の物質量 n' は、

$$n' = n - \frac{Sx_2}{Sx_1} n = \left(1 - \frac{x_2}{x_1} \right) \frac{p_1 S x_1}{RT_1} = \frac{p_1 S (x_1 - x_2)}{RT_1}$$

シリンダー B 内の気体の圧力は p_0 に保たれるので、状態方程式より、

$$p_0 S y_2 = n' R T_2(x_2)$$

$$\therefore y_2 = \frac{n' R T_2(x_2)}{p_0 S} = \frac{p_1 S (x_1 - x_2)}{RT_1} \cdot \frac{RT_2(x_2)}{p_0 S} = \frac{p_1 T_2(x_2)}{\underline{\underline{p_0 T_1}}} (x_1 - x_2)$$

(e) $W_A(x_2) = \underline{\underline{p_1 S (x_1 - x_2)}}$, $W_B(x_2) = \underline{\underline{p_0 S y_2}}$

(f) 断熱変化について熱力学第一法則より、内部エネルギーの変化は気体全体がされた仕事に等しく、

$$U(x_2) - U(x_1) = \underline{\underline{W_A(x_2) - W_B(x_2)}}_{(7)}$$

この関係を圧力と体積で表現すると、

$$\left(\frac{3}{2} p_1 S x_2 + \frac{3}{2} p_0 S y_2 \right) - \left(\frac{3}{2} p_1 S x_1 + 0 \right) = p_1 S (x_1 - x_2) - p_0 S y_2$$

$$\frac{5}{2} p_0 S y_2 = \frac{5}{2} p_1 S (x_1 - x_2)$$

$$\therefore y_2 = \frac{p_1}{p_0} (x_1 - x_2)$$

(d)の結果と比べると、

$$T_2(x_2) = \underline{\underline{T_1}}_{(4)}$$

であるとわかる。

(g) (ウ) $\underline{\underline{pV}}$ (エ) $\underline{\underline{\frac{5}{2} RT}}$

〔C〕 (h) $x = x_1$ から $x = 0$ へのピストン A の移動による変化を

$$H' = \frac{5}{2}nRT + an^2 \frac{T - b}{V}$$

が一定に保たれる変化と考えると,

$$\begin{aligned} \frac{5}{2}nRT_2' + an^2 \frac{T_2' - b}{V_2} &= \frac{5}{2}nRT_1 + an^2 \frac{T_1 - b}{V_1} \\ \left(\frac{5}{2}nR + \frac{an^2}{V_2} \right) T_2' - an^2 \frac{b}{V_2} &= \left(\frac{5}{2}nR + \frac{an^2}{V_1} \right) T_1 - an^2 \frac{b}{V_1} \\ \therefore T_2' &= \frac{\left(\frac{5}{2}R + \frac{an}{V_1} \right) T_1 + anb \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)}{\frac{5}{2}R + \frac{an}{V_2}} \end{aligned}$$

(f)より, $T_2(0) = T_2(x_2) = T_1$ であることを考慮して変形すると,

$$\begin{aligned} T_2' &= \frac{\left\{ \left(\frac{5}{2}R + \frac{an}{V_2} \right) - an \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \right\} T_1 + anb \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)}{\frac{5}{2}R + \frac{an}{V_2}} \\ &= T_2(0) + \underbrace{\frac{an(b - T_1) \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)}{\frac{5}{2}R + \frac{an}{V_2}}}_{(オ)} \end{aligned}$$