

[I]

(1)~(4)

(あ)	(い)	(う)	(え)	(お)
84	148	$\frac{4}{e^2 + 1}$	$\frac{4}{3\pi}$	$\frac{13}{6}$

$$(5) \quad \frac{a\sqrt{2} + b}{c\sqrt{2} + d} = 2\sqrt{2} \text{ より}$$

$$(a - 2d)\sqrt{2} = 4c - b$$

ここで $a \neq 2d$ とすると

$$\sqrt{2} = \frac{4c - b}{a - 2d}$$

となり、右辺は有理数であるから、 $\sqrt{2}$ が無理数であることと矛盾する。

よって、 $a = 2d, b = 4c \dots \textcircled{1}$ となる。

$$ad + bc = 18$$

より

$$d^2 + 2c^2 = 9 \dots \textcircled{2}$$

$$d^2 \geq 0 \text{ より}$$

$$0 \leq c^2 \leq 4.5$$

c は整数であるから

$$c = 0, 1, 2 \quad (\textcircled{1} \text{ と } a \geq 0, b \geq 0 \text{ より } c \geq 0, d \geq 0)$$

それぞれについて、 $\textcircled{2}$ から 0 以上の整数 d の値を求めると

$$(c, d) = (0, 3), (2, 1) \quad (c = 1 \text{ は } d \text{ が整数でなく不適})$$

$\textcircled{1}$ より

$$(a, b, c, d) = \underline{\underline{(6, 0, 0, 3), (2, 8, 2, 1)}}$$

である。これらは条件をすべて満たす。

[II]

(1)

(あ)	(い)	(う)	(え)	(お)
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$

(か)	(き)	(く)	(け)
$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	5	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$

(こ)	(さ)	(し)	(す)	(せ)
4	$\frac{3}{4}$	-2	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$

(2)

(ぞ)	(た)	(ち)	(つ)	(て)
$\frac{n}{2} + 1$	3	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{3}{2}$

[III]

(1) (i)

(あ)
$24x^6 - 4x^2 + 1$

(ii) $b_n \neq 0$ より, $H(x)$ は無数の異なる値を取るので,

$$y_k = H(x_k) \quad (k = 1, 2, 3, \dots, m+1)$$

となる異なる $m+1$ 個の x_k と異なる $m+1$ 個の y_k が存在する。この異なる $m+1$ 個の x_k について,

$$G(H(x_k)) = 0, \quad G(y_k) = 0$$

となるが, $G(x)$ は m 次以下の多項式であるので, 方程式 $G(x) = 0$ が $m+1$ 個以上の解をもつことから,

$$G(x) = 0$$

すなわち, $a_m = \dots = a_0 = 0$ である。

(2) (i)

(い)	(う)	(え)	(お)	(か)
a	3	$-3a$	$-6a^2 + 4a - 1$	$3a^3$

(ii)

(き)	(く)	(け)	(こ)
$\frac{1}{3}$	1	$a - \sqrt{a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}}$	$a + 2\sqrt{a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}}$

(iii)

(さ)	(し)	(す)	(せ)
$(-3a^2 + 4a - 1)$	a^3	$a^2 e^{-\frac{a^2}{2}}$	$\frac{2}{e}$

[IV]

(1)

(あ)	(い)	(う)	(え)	(お)
$1 - \frac{p}{2}$	$\frac{2-2p}{2-p}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2p}{2-p}$	$\frac{3}{2}p - 1$

(2) (i)

(か)
$\frac{a_1}{b_1}$

(ii)

(き)	(く)	(け)	(こ)
$\frac{a}{2}$	$1 - \frac{b}{2}$	$\frac{a}{2-b}$	$\frac{2-2b}{2-b}$

(さ)	(し)	(す)	(せ)	(そ)
$\frac{2}{3}$	$2 - 2a$	$\frac{2-2a}{a}$	$\frac{3}{2}a$	$\frac{3}{2}b - 1$