

[I]

(1)~(4)

| (あ) | (い) | (う) | (え) | (お) |
|-----|-----|---------------------|------------------|----------------|
| 84 | 148 | $\frac{4}{e^2 + 1}$ | $\frac{4}{3\pi}$ | $\frac{13}{6}$ |

$$(5) \quad \frac{a\sqrt{2} + b}{c\sqrt{2} + d} = 2\sqrt{2} \text{ より}$$

$$(a - 2d)\sqrt{2} = 4c - b$$

ここで $a \neq 2d$ とすると

$$\sqrt{2} = \frac{4c - b}{a - 2d}$$

となり、右辺は有理数であるから、 $\sqrt{2}$ が無理数であることと矛盾する。

よって、 $a = 2d, b = 4c \dots \textcircled{1}$ となる。

$$ad + bc = 18$$

より

$$d^2 + 2c^2 = 9 \dots \textcircled{2}$$

$d^2 \geq 0$ より

$$0 \leq c^2 \leq 4.5$$

c は整数であるから

$$c = 0, 1, 2 \quad (\textcircled{1} \text{ と } a \geq 0, b \geq 0 \text{ より } c \geq 0, d \geq 0)$$

それぞれについて、 $\textcircled{2}$ から 0 以上の整数 d の値を求めると

$$(c, d) = (0, 3), (2, 1) \quad (c = 1 \text{ は } d \text{ が整数でなく不適})$$

$\textcircled{1}$ より

$$(a, b, c, d) = \underline{\underline{(6, 0, 0, 3), (2, 8, 2, 1)}}$$

である。これらは条件をすべて満たす。

[II]

(1)

| | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| (あ) | (い) | (う) | (え) | (お) |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{4}$ |

| | | | |
|------------------------------|-----|---------------|---------------|
| (か) | (き) | (く) | (け) |
| $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ | 5 | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{2}$ |

| | | | | |
|-----|---------------|-----|---------------|---------------|
| (こ) | (さ) | (し) | (す) | (せ) |
| 4 | $\frac{3}{4}$ | -2 | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{2}$ |

(2)

| | | | | |
|-------------------|-----|----------------|-----|----------------|
| (ぞ) | (た) | (ち) | (つ) | (て) |
| $\frac{n}{2} + 1$ | 3 | $-\frac{1}{4}$ | -1 | $-\frac{3}{2}$ |

[III]

(1) (i)

| |
|--------------------|
| (あ) |
| $24x^6 - 4x^2 + 1$ |

(ii) $b_n \neq 0$ より, $H(x)$ は無数の異なる値を取るので,

$$y_k = H(x_k) \quad (k = 1, 2, 3, \dots, m+1)$$

となる異なる $m+1$ 個の x_k と異なる $m+1$ 個の y_k が存在する。この異なる $m+1$ 個の x_k について,

$$G(H(x_k)) = 0, \quad G(y_k) = 0$$

となるが, $G(x)$ は m 次以下の多項式であるので, 方程式 $G(x) = 0$ が $m+1$ 個以上の解をもつことから,

$$G(x) = 0$$

すなわち, $a_m = \dots = a_0 = 0$ である。

(2) (i)

| | | | | |
|-----|-----|-------|------------------|--------|
| (い) | (う) | (え) | (お) | (か) |
| a | 3 | $-3a$ | $-6a^2 + 4a - 1$ | $3a^3$ |

(ii)

| | | | |
|---------------|-----|---|--|
| (き) | (く) | (け) | (こ) |
| $\frac{1}{3}$ | 1 | $a - \sqrt{a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}}$ | $a + 2\sqrt{a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}}$ |

(iii)

| | | | |
|--------------------|-------|--------------------------|---------------|
| (さ) | (し) | (す) | (せ) |
| $(-3a^2 + 4a - 1)$ | a^3 | $a^2 e^{-\frac{a^2}{2}}$ | $\frac{2}{e}$ |

[IV]

(1)

| (あ) | (い) | (う) | (え) | (お) |
|-------------------|--------------------|---------------|------------------|--------------------|
| $1 - \frac{p}{2}$ | $\frac{2-2p}{2-p}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2p}{2-p}$ | $\frac{3}{2}p - 1$ |

(2) (i)

| (か) |
|-------------------|
| $\frac{a_1}{b_1}$ |

(ii)

| (き) | (く) | (け) | (こ) |
|---------------|-------------------|-----------------|--------------------|
| $\frac{a}{2}$ | $1 - \frac{b}{2}$ | $\frac{a}{2-b}$ | $\frac{2-2b}{2-b}$ |

| (さ) | (し) | (す) | (せ) | (そ) |
|---------------|----------|------------------|----------------|--------------------|
| $\frac{2}{3}$ | $2 - 2a$ | $\frac{2-2a}{a}$ | $\frac{3}{2}a$ | $\frac{3}{2}b - 1$ |