1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)
$\frac{4}{3}\sqrt{3}+\frac{1}{3}i$	$\frac{4}{3}$	9	3275	$6t^7+8t^5+2t^3$	$\frac{7}{12}$

2

(1)

$$y' = -\frac{1}{(x-4)^2}$$

であるから，$s>4$ として，C 上の接点を $\left(s,\ \dfrac{1}{s-4}\right)$ とすると，接線の方程式は

$$y = -\frac{1}{(s-4)^2}(x-s)+\frac{1}{s-4}$$

となる．これが点 Q を通ると仮定すると

$$\begin{aligned} -1 &= -\frac{1}{(s-4)^2}(1-s)+\frac{1}{s-4} \\ (s-4)^2 &= (1-s)-(s-4) \\ s^2-6s+11 &= 0 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

2 次方程式①の判別式を D とおくと

$$\frac{D}{4} = 9-11<0$$

であるから，2 次方程式①を満たす実数 s は存在しないため矛盾．

したがって，C の接線で点 Q を通るものは存在しない．　□

(2)，(3)

(キ)	(ク)	(ケ)	(コ)	(サ)
$-\frac{1}{9}x+\frac{10}{9}$	$\left(7,\ \frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{19}{4},\ \frac{4}{3}\right)$	$\frac{2}{5}t+\frac{49}{10}$	$\frac{7\sqrt{6}}{6}$

3

(シ)	(ス)	(セ)	(ソ)	(タ)
$\dfrac{5}{36}$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	2

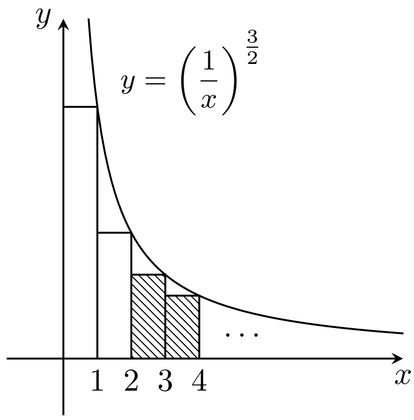
(チ)	(ツ)	(テ)
$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{6}\right)$	$\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{6}\right)$	$\dfrac{5}{24}\left\{\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}-\left(\dfrac{1}{6}\right)^{n-1}\right\}$

4

(1)

(ト)
2

(2)　S_n は右図の全ての長方形の面積の和に等しい．



$n \geqq 3$ のとき，図の斜線部分 (省略されているが，以降も含む) と，関数 $y=x^{-\frac{3}{2}}$，直線 $x=2$, $x=n$,　x 軸で囲まれた部分の面積とを比較することで

$$\begin{aligned} S_n &< 1+\frac{\sqrt{2}}{4}+\int_2^n \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}}\ dx \\ &= 1+\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{2}{\sqrt{n}}+\sqrt{2} \\ &= 1+\frac{5\sqrt{2}}{4}-\frac{2}{\sqrt{n}} < 1+\frac{5\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

を得る．

$$S_1 = 1 < 1+\frac{5\sqrt{2}}{4}$$
$$S_2 = 1+\frac{\sqrt{2}}{4} < 1+\frac{5\sqrt{2}}{4}$$

と合わせて，題意は示された．　□

(3)，(4)

(ナ)	(ニ)
$\frac{\pi}{10}-\frac{1}{25}$	4

(5)　a_k において部分積分を行うと

$$T_n=\sum_{k=1}^{n}\left|\left[\frac{1}{k}f(x)\sin kx\right]_0^{2\pi}-\frac{1}{k}\int_0^{2\pi}f'(x)\sin kx\ dx\right|^{\frac{3}{2}}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\left|\frac{1}{k}\int_0^{2\pi}f'(x)\sin kx\ dx\right|^{\frac{3}{2}}$$
$$\leqq\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^{\frac{3}{2}}}\left(\int_0^{2\pi}|f'(x)||\sin kx|\ dx\right)^{\frac{3}{2}}$$
$$\leqq\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^{\frac{3}{2}}}\left(\int_0^{2\pi}M|\sin kx|\ dx\right)^{\frac{3}{2}}$$

(4) より

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^{\frac{3}{2}}}\left(\int_0^{2\pi}M|\sin kx|\ dx\right)^{\frac{3}{2}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^{\frac{3}{2}}}(4M)^{\frac{3}{2}}=8M^{\frac{3}{2}}S_n$$

(2) より

$$8M^{\frac{3}{2}}S_n<8M^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)=(8+10\sqrt{2})M^{\frac{3}{2}}$$

である．ここで $\sqrt{2}<1.5$ より

$$(8+10\sqrt{2})M^{\frac{3}{2}}<23M^{\frac{3}{2}}$$

を得るため，題意が示された．　□

5

(ヌ)	(ネ)	(ノ)	(ハ)	(ヒ)	(フ)
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{7}}{4}$	3	4	$\frac{1+\sqrt{2a^2-1}}{2}$	$2a+3m-1$