〔I〕

(1)	ア	$\dfrac{5}{9}$	イ	$\dfrac{8}{81}$	ウ	$2\left(\dfrac{2}{9}\right)^m$	エ	$\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{2}{9}\right)^m$	オ	$\dfrac{16}{21}$
(2)	カ	5	キ	9	ク	2	ケ	49	コ	45

■解説□

(1) 事象 X が起こる確率を $P(X)$ とする．

1 回の試合で A が勝つ事象を Y とすると，1 回の試合で B が勝つ事象は $\overline{Y}$ であり，

$$P(Y)=\frac{2}{3},\ P\left(\overline{Y}\right)=\frac{1}{3}$$

2 試合目で優勝が決まる条件は 1 試合目と 2 試合目で A が 2 連勝するか，B が 2 連勝するかのいずれかなので，2 試合目で優勝が決まる確率は，

$$P(Y)\cdot P(Y)+P\left(\overline{Y}\right)\cdot P\left(\overline{Y}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\underbrace{\frac{5}{9}}_{ア}$$

また，4 試合目が終了した時点で優勝が決まらない条件は，1～4 試合目の勝者が順に

A，B，A，B　または　B，A，B，A

となることである．

よって，4 試合目が終了した時点で優勝が決まらない確率は

$$P(Y)\cdot P\left(\overline{Y}\right)\cdot P(Y)\cdot P\left(\overline{Y}\right)+P\left(\overline{Y}\right)\cdot P(Y)\cdot P\left(\overline{Y}\right)\cdot P(Y)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\underbrace{\frac{8}{81}}_{イ}$$

次に，n 試合目で A が優勝する確率を p_n とする．

(I) $n=2m$ (m は自然数) のとき

$\boxed{ア}$の導出過程より，

$$p_2=\frac{4}{9}$$

$m\geqq 2$ において，$2m$ 試合目で A が優勝する条件は，$2m$ 試合目と $2m-1$ 試合目は A が勝ち，1 試合目から $2m-2$ 試合目のうち，奇数試合目は A が，偶数試合目は B が勝つことなので，

$$\begin{aligned}p_{2m}&=\{P(Y)\}^{m-1}\cdot\left\{P\left(\overline{Y}\right)\right\}^{m-1}\cdot P(Y)\cdot P(Y)\\&=\left(\frac{2}{3}\right)^{m-1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{m-1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=2\left(\frac{2}{9}\right)^m\end{aligned}$$

これに $m=1$ を代入すると，

$$2\left(\frac{2}{9}\right)^1=\frac{4}{9}=p_2$$

よって，すべての自然数 m に対して，

$$p_{2m}=\underbrace{2\left(\frac{2}{9}\right)^m}_{ウ}$$

(II) $n=2m+1$ （m は自然数）のとき

3 試合目で A が優勝する条件は，1 試合目で B が，2 試合目と 3 試合目で A が勝つことなので，

$$p_3 = P\left(\overline{Y}\right)\cdot P\left(Y\right)\cdot P\left(Y\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

$m \geqq 2$ において，$2m+1$ 試合目で A が優勝する条件は，$2m+1$ 試合目と $2m$ 試合目は A が勝ち，1 試合目から $2m-1$ 試合目のうち，奇数試合目は B が，偶数試合目は A が勝つことなので，

$$\begin{aligned} p_{2m+1} &= \left\{P\left(\overline{Y}\right)\right\}^m \cdot \left\{P\left(Y\right)\right\}^{m-1}\cdot P\left(Y\right)\cdot P\left(Y\right) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^m\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{m-1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^m \end{aligned}$$

これに $m=1$ を代入すると，

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^1 = \frac{4}{27} = p_3$$

よって，すべての自然数 m に対して，

$$p_{2m+1} = \underbrace{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^m}_{\text{エ}}$$

したがって，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$より，

$$p_{2m}+p_{2m+1} = 2\left(\frac{2}{9}\right)^m + \frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^m = \frac{8}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^m \quad \cdots\cdots ①$$

ここで，$S_n = \displaystyle\sum_{k=2}^{n} p_k$ とする．

(a) $n=2\ell$ （ℓは自然数）のとき

$\boxed{\text{エ}}$，①より，

$$\begin{aligned} S_{2\ell} &= \sum_{m=1}^{\ell}\left(p_{2m}+p_{2m+1}\right) - p_{2\ell+1} = \sum_{m=1}^{\ell}\frac{8}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^m - \frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^\ell \\ &= \frac{8}{3}\cdot\frac{2}{9}\sum_{m=1}^{\ell}\left(\frac{2}{9}\right)^{m-1} - \frac{2}{3}\left(\frac{2}{9}\right)^\ell \end{aligned}$$

ここで，$0 < \dfrac{2}{9} < 1$ より，

$$\lim_{\ell\to\infty}\left(\frac{2}{9}\right)^\ell = 0,\quad \lim_{\ell\to\infty}\sum_{m=1}^{\ell}\left(\frac{2}{9}\right)^{m-1} = \frac{1}{1-\frac{2}{9}} = \frac{9}{7}$$

となるので，

$$\lim_{\ell\to\infty} S_{2\ell} = \frac{8}{3}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{9}{7} = \frac{16}{21}$$

(b) $n=2\ell+1$ （ℓは自然数）のとき

先ほどと同様に考えると，

$$S_{2\ell+1}=\sum_{m=1}^{\ell}(p_{2m}+p_{2m+1})=\frac{8}{3}\cdot\frac{2}{9}\sum_{m=1}^{\ell}\left(\frac{2}{9}\right)^{m-1}$$

よって，

$$\lim_{\ell\to\infty}S_{2\ell+1}=\frac{8}{3}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{9}{7}=\frac{16}{21}$$

以上，(a)，(b) より，

$$\lim_{\ell\to\infty}S_{2\ell}=\lim_{\ell\to\infty}S_{2\ell+1}=\frac{16}{21}$$

となるので，

$$\sum_{n=2}^{\infty}p_n=\underbrace{\frac{16}{21}}_{オ}$$

(2) $\mathrm{A}(-2i)$，$\mathrm{B}(2i)$ とする．C は

$$|z+2i|+|z-2i|=6$$

を満たすので，C 上の点を $\mathrm{P}(z)$ とすると，

$$\mathrm{AP}+\mathrm{BP}=6\ (一定)$$

より，C は点 A，B を焦点とする楕円となる．

よって，実数 x，y を用いて $z=x+yi$ と表すと，

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

を満たす正の実数 a，b は次の 2 式を満たす．

$$\sqrt{b^2-a^2}=2,\ \ 2b=6$$

これらを解くと，$a=\sqrt{5}$，$b=3$ となるので，

$$\frac{x^2}{\underbrace{5}_{カ}}+\frac{y^2}{\underbrace{9}_{キ}}=1\quad\cdots\cdots②$$

次に，$w=z^2$ とし，実数 u，v を用いて，$w=u+vi$ と表すと，$z^2=x^2-y^2+2xyi$ より，

$$u=x^2-y^2\quad\cdots\cdots③$$

$$v=2xy\quad\cdots\cdots④$$

②より，

$$y^2=9-\frac{9}{5}x^2\ \ (0\leqq x^2\leqq 5)$$

これを③に代入すると，

$$u=x^2-9+\frac{9}{5}x^2$$

$$x^2=\frac{5}{14}(u+9)\quad\cdots\cdots⑤$$

であり，$-9\leqq u\leqq 5$ である．

また，④を 2 乗すると，$v^2=4x^2y^2$ であるので，これに⑤を代入すると，

$$v^2 = 4 \cdot \frac{5}{14}(u+9)\,y^2$$

$u = -9$ のとき，$v = 0$ である．

$u \neq -9$ のとき，

$$y^2 = \frac{7v^2}{10(u+9)} \quad \cdots\cdots⑥$$

よって，⑤，⑥を②に代入すると，

$$\frac{\frac{5}{14}(u+9)}{5} + \frac{\frac{7v^2}{10(u+9)}}{9} = 1$$

$$\frac{u+9}{14} + \frac{7v^2}{90(u+9)} = 1$$

$$\frac{(u+9)^2}{14} + \frac{7v^2}{90} = u+9$$

$$\frac{u^2+18u+81-14u}{14} + \frac{7v^2}{90} = 9$$

$$\frac{(u+2)^2+77}{14} + \frac{7v^2}{90} = 9$$

$$\frac{(u+2)^2}{14} + \frac{7v^2}{90} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{(u+\underset{ク}{2})^2}{\underset{ケ}{49}} + \frac{v^2}{\underset{コ}{45}} = 1$$

これは $(u,\ v) = (-9,\ 0)$ も満たす．

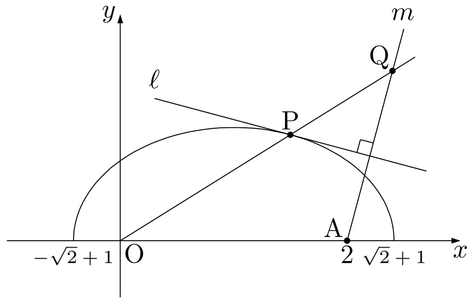
［Ⅱ］

■ 解説 □

(1)　$\dfrac{(x-1)^2}{2}+y^2=1\ (y>0)$ において, 両辺を x で微分すると,

$$x-1+2y\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx}=\frac{1-x}{2y}$$



点 P における C の接線 ℓ の傾きを k とするので,

$$k=\frac{1-p}{2q}$$

よって, kq を q を含まない p の式で表すと,

$$kq=\underline{\frac{1-p}{2}}$$

(2)　直線 m の方程式は $x+ky-2=0$ であり, 直線 OP の方程式は $qx-py=0$ であるから, この 2 式を連立すると,

$$(kq+p)x-2p=0$$

$$\left(\frac{1-p}{2}+p\right)x=2p$$

$$\frac{p+1}{2}x=2p$$

p のとりうる値の範囲は $-\sqrt{2}+1<p<\sqrt{2}+1$ であるから, $p+1\fallingdotseq 0$ より, 点 Q の x 座標は,

$$x=\underline{\frac{4p}{p+1}}$$

(3)　(2) より, 点 Q の座標は $\left(\dfrac{4p}{p+1},\ \dfrac{4q}{p+1}\right)$ とわかるから,

$$\mathrm{OQ}^2=\left(\frac{4p}{p+1}\right)^2+\left(\frac{4q}{p+1}\right)^2=\frac{16(p^2+q^2)}{(p+1)^2}$$

ここで, $\dfrac{(p-1)^2}{2}+q^2=1$ より,

$$p^2+q^2=p^2+1-\frac{(p-1)^2}{2}=\frac{p^2+2p+1}{2}=\frac{(p+1)^2}{2}$$

となるので,

$$\mathrm{OQ}^2=\frac{16\cdot\dfrac{(p+1)^2}{2}}{(p+1)^2}=8$$

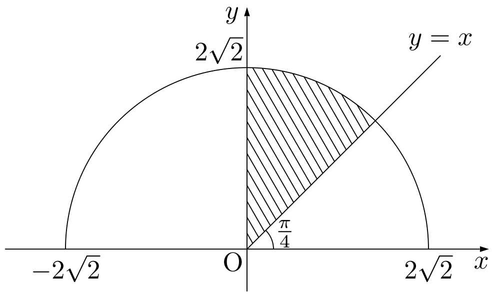
よって, 線分 OQ の長さは,

$$\mathrm{OQ}=\sqrt{8}=\underline{2\sqrt{2}}$$

(4)　(3) の結果より, 線分 OQ の長さは p の値に関係なく常に $2\sqrt{2}$ であるから, 点 P が曲線 C 上の $y>0$ の部分を動くとき, 点 Q の軌跡 D は円 $x^2+y^2=8$ の $y>0$ の部分であることがわかる.

よって, D と y 軸, 直線 $y=x$ で囲まれてできる図形は, 右図の斜線部分の扇形であり, 求める面積は,

$$\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2\times\frac{\pi}{4}=\underline{\pi}$$



〔III〕

(1)　余弦の加法定理により，

$$\cos(3x-x)=\cos 3x\cos x+\sin 3x\sin x$$

$$\cos(3x+x)=\cos 3x\cos x-\sin 3x\sin x$$

である．これらを辺々引くことにより

$$\cos 2x-\cos 4x=2\sin 3x\sin x \qquad \therefore\ \sin 3x\sin x=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}\cos 4x\ \cdots ①$$

が得られる．

ところで，$\sin x\sin 3x=\alpha\cos 2x+\beta\cos 4x\ \cdots ②$ がすべての実数 x に対して成り立つためには ② の両辺で $x=0,\ \dfrac{\pi}{2}$ として得られる式 $0=\alpha+\beta$，$-1=-\alpha+\beta$ が同時に成り立つことが必要，すなわち $(\alpha,\ \beta)=\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$ が成り立つことが必要であるが，逆に $(\alpha,\ \beta)=\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$ であれば ② はすべての実数 x に対して成り立つことが ① からわかる．

以上より，求める α，β の値は $(\alpha,\ \beta)=\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$ 以外には存在しない．

(2)

$$\begin{aligned}
g'(x)&=k\left(me^{kx}\sin mx+ke^{kx}\cos mx\right)+m(me^{kx}\cos mx-ke^{kx}\sin mx)\\
&=(k^2+m^2)e^{kx}\cos mx
\end{aligned}$$

(3)　(1) の結果から，

$$\int_0^x e^{\sqrt{2}t}\sin t\sin 3t dt=\int_0^x \frac{1}{2}e^{\sqrt{2}t}\left(\cos 2t-\cos 4t\right)dt\ \cdots ③$$

である．

ここで，(2) の結果 $\left(me^{kx}\sin mx+ke^{kx}\cos mx\right)'=(k^2+m^2)e^{kx}\cos mx$ で $(k,\ m)=\left(\sqrt{2},\ 2\right)$ とすることにより，$\left(2e^{\sqrt{2}x}\sin 2x+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}x}\cos 2x\right)'=6e^{\sqrt{2}x}\cos 2x$，すなわち $\displaystyle\int e^{\sqrt{2}t}\cos 2t dt=\frac{1}{6}\left(2e^{\sqrt{2}t}\sin 2t+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}t}\cos 2t\right)+c$（$c$ は積分定数）が得られ，同様にして $\displaystyle\int e^{\sqrt{2}t}\cos 4t dt=\frac{1}{18}\left(4e^{\sqrt{2}t}\sin 4t+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}t}\cos 4t\right)+c'$（$c'$ は積分定数）が得られる．これと ③ より，

$$\begin{aligned}
f(x)&=36\int_0^x \frac{1}{2}e^{\sqrt{2}t}\left(\cos 2t-\cos 4t\right)dt\\
&=36\cdot\frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}\left(2e^{\sqrt{2}t}\sin 2t+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}t}\cos 2t\right)-\frac{1}{18}\left(4e^{\sqrt{2}t}\sin 4t+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}t}\cos 4t\right)\right]_0^x\\
&=3\left(2e^{\sqrt{2}x}\sin 2x+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}x}\cos 2x-\sqrt{2}\right)-\left(4e^{\sqrt{2}x}\sin 4x+\sqrt{2}e^{\sqrt{2}x}\cos 4x-\sqrt{2}\right)\\
&=-2\sqrt{2}+e^{\sqrt{2}x}\left(3\sqrt{2}\cos 2x+6\sin 2x-\sqrt{2}\cos 4x-4\sin 4x\right)
\end{aligned}$$

が得られる．

(1) の「ところで，⋯」以降と同様の議論を経れば，定数 A，B，C，D，E の組は $(A,\ B,\ C,\ D,\ E)=\left(-2\sqrt{2},\ 3\sqrt{2},\ 6,\ -\sqrt{2},\ -4\right)$ 以外に存在しないことがわかる．

以上より，求める定数 A，B，C，D，E の値は $(A,\ B,\ C,\ D,\ E)=\left(-2\sqrt{2},\ 3\sqrt{2},\ 6,\ -\sqrt{2},\ -4\right)$ である．

(4)　微分積分学の基本定理により，

$$\begin{aligned} f'(x) &= 36\cdot\frac{d}{dx}\int_0^x e^{\sqrt{2}t}\sin t\sin 3t dt \\ &= 36e^{\sqrt{2}x}\sin x\sin 3x \end{aligned}$$

となり，これより $f(x)$ の増減は下表のようになる．

x	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2}{3}\pi$		π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

ここで，

$$\begin{aligned} f(0) &= 36\int_0^0 e^{\sqrt{2}t}\sin t\sin 3t dt \\ &= 0 \end{aligned}$$

であり，さらに (3) の結果から，

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{3}\right) &= -2\sqrt{2}+e^{\frac{\sqrt{2}}{3}\pi}\left(3\sqrt{2}\cos\frac{2}{3}\pi+6\sin\frac{2}{3}\pi-\sqrt{2}\cos\frac{4}{3}\pi-4\sin\frac{4}{3}\pi\right) \\ &= -2\sqrt{2}+\gamma\left\{3\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-4\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} \\ &= \left(5\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\gamma-2\sqrt{2} \\ f\left(\frac{2}{3}\pi\right) &= -2\sqrt{2}+e^{\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi}\left(3\sqrt{2}\cos\frac{4}{3}\pi+6\sin\frac{4}{3}\pi-\sqrt{2}\cos\frac{8}{3}\pi-4\sin\frac{8}{3}\pi\right) \\ &= -2\sqrt{2}+\gamma^2\left\{3\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+6\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right\} \\ &= \left(-5\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\gamma^2-2\sqrt{2} \\ f(\pi) &= -2\sqrt{2}+e^{\sqrt{2}\pi}\left(3\sqrt{2}\cos 2\pi+6\sin 2\pi-\sqrt{2}\cos 4\pi-4\sin 4\pi\right) \\ &= -2\sqrt{2}+\gamma^3\left(3\sqrt{2}-\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \quad 2\sqrt{2}\gamma^3 - 2\sqrt{2}$$

である．$4 < \gamma < 5$ より，

$$\begin{aligned}
f(\pi) - f\left(\frac{\pi}{3}\right) &= 2\sqrt{2}\gamma^3 - \left(5\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\gamma \\
&> 2\sqrt{2}\cdot 4^3 - \left(5\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\cdot 5 \\
&= 133\sqrt{2} - 25\sqrt{3} \\
&> 133\sqrt{1} - 25\sqrt{4} \\
&= 83 \\
&> 0 \\
f\left(\frac{2}{3}\pi\right) - f(0) &= \left(-5\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\gamma^2 - 2\sqrt{2} \\
&< 0
\end{aligned}$$

であり，これらから $f(\pi) > f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ および $f\left(\frac{2}{3}\pi\right) < f(0)$ であることがわかる．これと増減表より求める最大値，最小値はそれぞれ，$f(\pi) = 2\sqrt{2}\gamma^3 - 2\sqrt{2}$，$f\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \left(-5\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\gamma^2 - 2\sqrt{2}$ となる．

〔IV〕

解答

(1)　$x<0$ のもとでは,$-x>0,\ \dfrac{2}{-x}>0$ であるから, 相加平均と相乗平均の関係より,

$$y=-\left(-x+\frac{2}{-x}\right)\leqq -2\sqrt{(-x)\left(\frac{2}{-x}\right)}=-2\sqrt{2}$$

が成り立ち, この等号成立条件は,$-x=\dfrac{2}{-x}$, すなわち,$x=-\sqrt{2}$ である．よって,y の最大値は $\underset{\sim}{-2\sqrt{2}}$ であり, 最大値を与える x の値は $x=\underset{\sim}{-\sqrt{2}}$ である．

(2)　問題で与えられた漸化式を用いると,

$$\begin{aligned}
a_1&=c\\
a_2&=1\\
a_3&=\frac{1+1}{c}=\frac{2}{c}\\
a_4&=\frac{\left(\frac{2}{c}\right)^2+1}{1}=\frac{c^2+4}{c^2}=1+\frac{4}{c^2}\\
a_5&=\frac{1+\frac{4}{c^2}+1}{\frac{2}{c}}=\frac{2c^2+4}{2c}=c+\frac{2}{c}\\
a_6&=\frac{\left(c+\frac{2}{c}\right)^2+1}{1+\frac{4}{c^2}}=\frac{c^2+\frac{4}{c^2}+5}{1+\frac{4}{c^2}}=\frac{(c^2)^2+5c^2+4}{c^2+4}=\frac{(c^2+1)(c^2+4)}{c^2+4}=\underset{\sim}{c^2+1}\\
a_7&=\frac{c^2+1+1}{c+\frac{2}{c}}=\frac{c(c^2+2)}{c^2+2}=\underset{\sim}{c}\\
a_8&=\frac{c^2+1}{c^2+1}=\underset{\sim}{1}
\end{aligned}$$

とわかる．

(3)　**(2)** の結果より

$$\begin{aligned}
S_6&=c+1+\frac{2}{c}+1+\frac{4}{c^2}+c+\frac{2}{c}+c^2+1=c^2+\left(\frac{2}{c}\right)^2+2\left(c+\frac{2}{c}\right)+3=\left(c+\frac{2}{c}\right)^2-4+2\left(c+\frac{2}{c}\right)+3\\
&=t^2+2t-1\quad\left(t=c+\frac{2}{c}\text{とおいた}\right)\\
&=(t+1)^2-2
\end{aligned}$$

となる．

　$c<0$ の範囲において,t は c の連続関数であり, $\displaystyle\lim_{c\to-\infty}t=\lim_{c\to-\infty}\left(c+\frac{2}{c}\right)=-\infty$ であるから,**(1)** の結果とあわせて考えると,t のとりうる値の範囲は $t\leqq -2\sqrt{2}$ である．

　よって,S_6 の最小値を与える t の値は $t=-2\sqrt{2}$ であり (このとき,**(1)** の結果より,$c=\underset{\sim}{-\sqrt{2}}$ である), 最小値は

$$(-2\sqrt{2}+1)^2-2=\underset{\sim}{7-4\sqrt{2}}$$

である．

(4)　**(2)** の結果より, 数列 $\{a_n\}$ は「$c,1,\dfrac{2}{c},1+\dfrac{4}{c^2},c+\dfrac{2}{c},c^2+1$ を繰り返す周期数列」であり, その周期は 6 である．さらに,

$$2025=337\times 6+3$$

であることに注意すると,

$$a_{2025}=a_3=\underset{\sim}{\frac{2}{c}}$$

である．

(5)　**(4)** の結果より，**(3)** で定めた t を用いると，

$$S_{2025}=337S_6+c+1+\frac{2}{c}=337\{(t+1)^2-2\}+t+1=337t^2+675t-336=337\left(t+\frac{675}{674}\right)^2-337\left(\frac{675}{674}\right)^2-336$$

であり，$-2\sqrt{2}<-\dfrac{675}{674}<-1$ であることに注意すると，S_{2025} の最小値を与える t の値は $t=-2\sqrt{2}$ であり，最小値は

$$337(7-4\sqrt{2})+(-2\sqrt{2})+1=\underline{2360-1350\sqrt{2}}$$