1

問 1　板と質点の加速度を a，板が質点を押す力の大きさを F とすると，運動方程式はそれぞれ

$$\begin{cases} 板：Ma = kx - F \\ 質点：ma = F \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} a = \dfrac{kx}{M+m} \\ F = \dfrac{mkx}{M+m} \end{cases}$$

問 2　力学的エネルギーの保存より

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}(M+m){v_0}^2 \quad \therefore \quad v_0 = d\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

問 3　求めたい伸びの最大値を D とする。質点が板から離れた後の板の力学的エネルギーの保存より

$$\frac{1}{2}kD^2 = \frac{1}{2}M{v_0}^2 = \frac{1}{2}M\left(d\sqrt{\frac{k}{M+m}}\right)^2 \quad \therefore \quad D = d\sqrt{\frac{M}{M+m}}$$

問 4　質量 M，ばね定数 k の単振動なのでその周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$ である。

問 5　求めたい運動エネルギーの大きさを $K(y)$ とする。力学的エネルギーの保存より

$$K(y) + mgy = \frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m\left(d\sqrt{\frac{k}{M+m}}\right)^2 \quad \therefore \quad K(y) = \frac{kmd^2}{2(M+m)} - mgy$$

問 6　速さを $v(y)$ とすると，$K(y) = \dfrac{1}{2}mv(y)^2$ である。求めたい垂直抗力の大きさを $N(y)$ とすると，質点の円運動の運動方程式は，重力の曲面に垂直な方向成分に気をつけて

$$\frac{mv(y)^2}{R} = N(y) - mg\cdot\frac{R-y}{R}$$

問 5 と合わせて整理して

$$N(y) = \frac{kmd^2}{R(M+m)} + mg - \frac{3mgy}{R}$$

問 7　$d = d_c$ のとき，$y = \dfrac{R}{2}$ で運動エネルギーがちょうど 0 となるので

$$\frac{km{d_c}^2}{2(M+m)} - mg\cdot\frac{R}{2} = 0 \quad \therefore \quad d_c = \sqrt{\frac{gR(M+m)}{k}}$$

問 8　d が与えられた値のとき，$y = \dfrac{R}{2}$ で運動エネルギーは

$$K(R/2) = 2mgR$$

なので，速さは

$$v(R/2) = 2\sqrt{gR}$$

点 B から飛び出してから水平面に達するまでの時間を T とすると，等加速度運動の公式より，

$$-\frac{1}{2}gT^2+2\sqrt{gR}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot T+\frac{R}{2}=0 \quad \therefore\ T^2-2\sqrt{\frac{3R}{g}}T-\frac{R}{g}=0$$

$T>0$ より

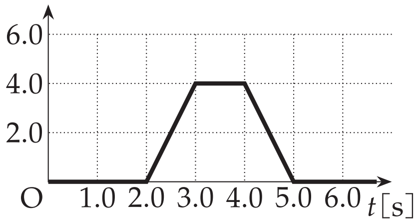
$$T=(2+\sqrt{3})\sqrt{\frac{R}{g}}$$

よって求めたい距離は

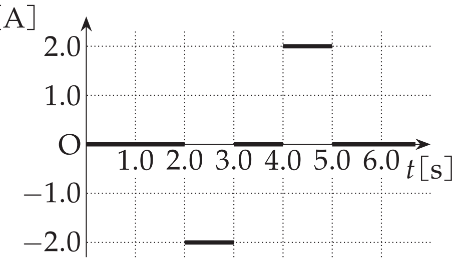
$$\frac{\sqrt{3}}{2}R+2\sqrt{gR}\cdot\frac{1}{2}\cdot T=\left(2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)R$$

$\boxed{2}$ 〔１〕

問１　磁束［Wb］

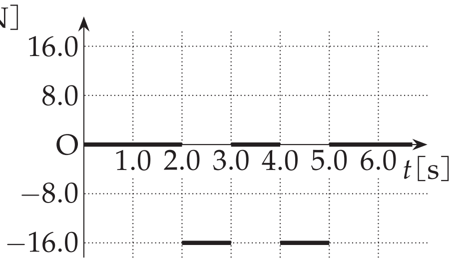


問２　電流［A］



問３　合力の正の向き：A → B

合力［N］



問４　速さを v で表す。起電力は v に比例するので，電流も v に比例する。したがって，磁場が電流に及ぼす力も v に比例し，これとつり合う外力も v に比例する。よって外力のする仕事も v に比例するので，v が２倍になれば外力のした仕事も 2倍 になる。

〔２〕

問１　十分に時間が経過しているものとして，オームの法則より

$$I_1=\frac{9E}{2R}$$

問２　十分に時間が経過するとコイル L にかかる電圧は０となり，コイル L と並列の抵抗 R にかかる電圧も０となる。したがって，電池 E_2，抵抗 R_2，電流計，コイル L を含む回路で

$$I_A=\frac{2E}{4R}=\frac{E}{2R}$$

問 3　抵抗 R_1 を流れる電流は問 5 のまま変化しないので，

$$I_L = \frac{9E}{2R} + \frac{E}{2R} = \frac{5E}{R}$$

問 4　コイル L に生じる誘導起電力の大きさは

$$V = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = L\frac{\frac{6E}{R} - \frac{3E}{R}}{t_2 - t_1} = \frac{3LE}{R\,(t_2 - t_1)}$$

問 5　電流計に電流が流れていないことから，抵抗 R と抵抗 R_2 を流れる電流は共通である。したがって，抵抗 R にかかる電圧は

$$R \times \frac{2E}{R + \frac{3}{2}R} = \frac{4E}{5}$$

これとコイル L にかかる電圧は等しいので

$$\frac{3LE}{R\,(t_2 - t_1)} = \frac{4E}{5} \qquad \therefore \quad t_2 - t_1 = \frac{15L}{4R}$$

【参考】

$\frac{4E}{5}$ を問 4 の解答にしてもよい。

$\boxed{3}$〔1〕

問 1　屈折の法則より，$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$

問 2　$\tan\theta_2 = \frac{r}{d}$ なので，$\sin\theta_2 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + d^2}}$

問 3　$n > 1$ より，水と空気の境界面を通過する光の入射角 θ_2 が臨界角 θ_c を超えると全反射が起きる。θ_c は屈折角 $\frac{\pi}{2}$ に対応する角度だから，屈折の法則より

$$\sin\theta_c = \frac{1}{n}$$

をみたす。不透明な円盤によって経路が遮られるため，入射角が $\tan\theta_R = \frac{R}{d}$ をみたす θ_R より大きい光だけが境界に入射できる。よって，$\theta_R \geqq \theta_c$ なら空気中を光が伝わることがないので，d_c は $\theta_R = \theta_c$ のときの d である。よって問 2 の結果より

$$\sin\theta_R = \frac{R}{\sqrt{{d_c}^2 + R^2}} = \frac{1}{n} \qquad \therefore \quad d_c = R\sqrt{n^2 - 1}$$

問 4　$1 < n < n'$ より，全反射が起きうるのは空気とガラスの境界面のみである。よって，水とガラスの境界面における臨界角 ${\theta_c}'$ は，水とガラスの境界面での屈折における屈折角を θ_g とおくと，屈折の法則から

$$n\sin{\theta_c}' = n'\sin\theta_g = 1$$

ゆえに，$\sin\theta_{\mathrm{c}}' = \dfrac{1}{n}$ より，$\theta_{\mathrm{c}}' = \theta_{\mathrm{c}}$ である。これより，d_{c}' は $\theta_{\mathrm{R}} = \theta_{\mathrm{c}}$ のときの d，すなわち d_{c} と等しく

$$d_{\mathrm{c}}' = R\sqrt{n^2-1}$$

〔２〕

問 1　気体の圧力と温度はそれぞれ p_0 と T_0 なので，状態方程式より物質量を n として，

$$p_0V_0 = nRT_0 \quad \therefore \quad n = \frac{p_0V_0}{RT_0}$$

問 2　シリンダーはよく熱を通すので，この状態変化は温度 T_0 の等温変化である。よって状態方程式より，状態変化後の圧力を p_1 として，

$$p_1\cdot\frac{V_0}{8} = nRT_0 = p_0V_0 \quad \therefore \quad p_1 = 8p_0$$

問 3　この状態変化は断熱変化である。状態変化前にコックを開いたので，気体の圧力，温度，物質量はそれぞれ p_0，T_0，$\dfrac{n}{8}$ となる。状態変化後の圧力 p_2 は，問題で与えられた関係式を用いると，

$$p_2V_0^{\frac{5}{3}} = p_0\left(\frac{V_0}{8}\right)^{\frac{5}{3}} \quad \therefore \quad p_2 = \frac{1}{32}p_0$$

また，状態変化後の温度 T_2 の方は，状態方程式より，

$$\frac{1}{32}p_0V_0 = \frac{p_0V_0}{8RT_0}\cdot RT_2 \quad \therefore \quad T_2 = \frac{1}{4}T_0$$

問 4　問 3 の状態変化における内部エネルギーの変化 ΔU は，単原子分子の等積モル比熱が $\dfrac{3}{2}R$ であることから，

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\cdot\frac{p_0V_0}{8RT_0}(T_2-T_0) = -\frac{9}{64}p_0V_0$$

この状態変化は断熱変化であるので，熱力学第一法則より求める仕事を W とすると，

$$0 = \Delta U + W \quad \therefore \quad W = -\Delta U = \frac{9}{64}p_0V_0$$

問 5　この変化は等積変化のため，モル比熱は $\dfrac{3}{2}R$ である。よって，求める熱量 Q は物質量が $\dfrac{1}{8}n$ の気体の温度を T_2 から T まで等積変化で上げるために必要な熱量であり，

$$Q = \frac{3}{2}R\cdot\frac{1}{8}n\cdot R(T-T_2) = \frac{3}{2}R\cdot\frac{p_0V_0}{8RT_0}\cdot R(T-T_2) = \frac{3}{64}\left(\frac{4T}{T_0}-1\right)p_0V_0$$