〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。

2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	1		
			0

小数点

受験番号								

令和2年度入学試験解答用紙
数　　学
（人文，教育，経済科，農，創生学部） （4枚の1）

評点	1		
			0

小数点

1

(1) n桁の整数のうち、各位の数の合計が奇数になるのは、

$$x_n = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \end{cases}$$

$$x_n = x_{n-1} + 2y_{n-1} \quad (n \geqq 2) \quad \text{—①}$$

n桁の整数のうち、各位の数の合計が偶数になるのは、

$$y_n = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \end{cases}$$

$$y_n = 2x_{n-1} + y_{n-1} \quad (n \geqq 2) \quad \text{—②}$$

$\therefore\ a=1,\ b=2,\ c=2,\ d=1$

(2) $x_1 = 2,\ y_1 = 1$

②+①より

$$y_n + x_n = 3(y_{n-1} + x_{n-1}) \quad (n \geqq 2)$$

$$\therefore\ y_n + x_n = (y_1 + x_1)\cdot 3^{n-1} = 3^n \quad \text{—③}$$

②−①より

$$y_n - x_n = -(y_{n-1} - x_{n-1}) \quad (n \geqq 2)$$

$$\therefore\ y_n - x_n = (y_1 - x_1)(-1)^{n-1} = (-1)^n \quad \text{—④}$$

また $\dfrac{③+④}{2}$ より

$$y_n = \frac{3^n + (-1)^n}{2}$$

↓

裏面に続く

(3) n桁の各位の数の合計を4で割った余りが
0, 1, 2, 3 となるときの整数の総数をそれぞれ
Z_n, P_n, g_n, r_n とする。

このとき $Z_n + P_n + g_n + r_n = 3^n$

$$\therefore P_n + g_n + r_n = 3^n - Z_n \quad — ⑤$$

$$Z_{n+1} = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\qquad\qquad\qquad}}_{n}}^{n+1} & \cdots\cdots r_n\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\qquad\qquad\qquad}}_{n}}^{n+1} & \cdots\cdots g_n\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\qquad\qquad\qquad}}_{n}}^{n+1} & \cdots\cdots P_n\text{通り} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Z_{n+1} &= P_n + g_n + r_n \\ &= 3^n - Z_n \qquad (\because ⑤) \end{aligned}$$

$$\therefore Z_{n+1} = -Z_n + 3^n \quad — ⑥ \quad , \quad Z_1 = 0$$

⑥の両辺 3^{n+1} で割ると

$$\frac{Z_{n+1}}{3^{n+1}} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{Z_n}{3^n} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{Z_{n+1}}{3^{n+1}} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\left(\frac{Z_n}{3^n} - \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{Z_n}{3^n} - \frac{1}{4} = \left(\frac{Z_1}{3} - \frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = -\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{Z_n}{3^n} = \frac{1}{4}\left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$$

$$\therefore Z_n = \frac{3^n}{4}\left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$$

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

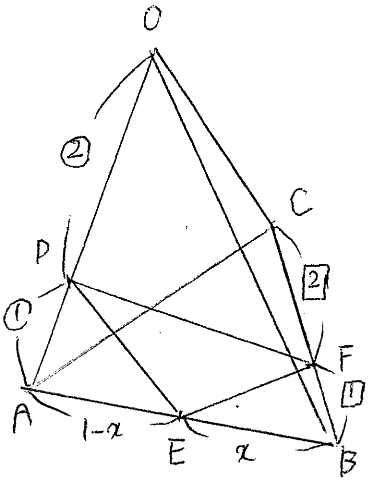
評点	2		
			0

小数点

令和2年度入学試験解答用紙
数　学
（人文，教育，経済科，農，創生学部）　（4枚の2）

受験番号								

2



(1) $\overrightarrow{OD}=\frac{2}{3}\vec{a}$, $\overrightarrow{OE}=x\vec{a}+(1-x)\vec{b}$,

$\overrightarrow{OF}=\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$.

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OD}=\left(x-\frac{2}{3}\right)\vec{a}+(1-x)\vec{b}$

$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OD}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$

(2) 点Gは平面DEF上の点なので，実数α, βを用いて

$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OD}+\alpha\overrightarrow{DE}+\beta\overrightarrow{DF}$

$=\left\{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\beta+\alpha\left(x-\frac{2}{3}\right)\right\}\vec{a}+\left\{\alpha(1-x)+\frac{2}{3}\beta\right\}\vec{b}+\frac{1}{3}\beta\vec{c}$

一方 $\overrightarrow{OG}=t\vec{c}$ とかけることより

$$\begin{cases}\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\beta+\alpha\left(x-\frac{2}{3}\right)=0 & \text{—①}\\ \alpha(1-x)+\frac{2}{3}\beta=0 & \text{—②}\\ \frac{1}{3}\beta=t & \text{—③}\end{cases}$$

①,②より $\alpha=-2$

②に代入して $\beta=3(1-x)$

③に代入して $t=1-x$

評点	2		
			0

小数点

(3) 正四面体の1辺の長さを1としてよい。

すると $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=1\cdot1\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OE}$

$=-x\vec{a}-(1-x)\vec{b}+(1-x)\vec{c}$

$|\overrightarrow{EG}|^2=x^2|\vec{a}|^2+(1-x)^2|\vec{b}|^2+(1-x)^2|\vec{c}|^2$

$+2\left\{x(1-x)\vec{a}\cdot\vec{b}-(1-x)^2\vec{b}\cdot\vec{c}-x(1-x)\vec{c}\cdot\vec{a}\right\}$

$=3x^2-4x+2-(1-x)^2$

$=2x^2-2x+1$

$=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

これより $x=\frac{1}{2}$ のとき EG は最小となる。

このとき EG の長さは 辺OAの長さの $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍である。

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	3		
			0

小数点

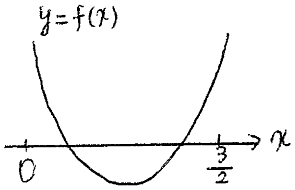
受験番号								

令和2年度入学試験解答用紙
数　学
（人文，教育，経済科，農，創生学部）　（4枚の3）

3

(1) $f(x)=mx^2-6x+n$

$=m(x-\frac{3}{m})^2+n-\frac{9}{m}$ とおくと



題意より

$$\begin{cases} n-\frac{9}{m}<0 \\ 0<\frac{3}{m}<\frac{3}{2} \\ f(0)=n>0 \\ f(\frac{3}{2})=\frac{9}{4}m-9+n>0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} mn<9 \\ m>2 \\ n>0 \\ 9m-36+4n>0 \end{cases}$$

これをみたす整数の組 (m,n) は

$(4,1),(4,2),(5,1),(6,1),(7,1),(8,1)$

このうち $m+n$ の値が最小となるのは $(4,1)$ である

(2) $y=4x^2-6x+1$ 上の点 $(s,4s^2-6s+1)$ における接線は

$y=(8s-6)x-4s^2+1$ ―①

$y=x^2-6x+4$ 上の点 (t,t^2-6t+4) における接線は

$y=(2t-6)x-t^2+4$ ―②

①と②が一致するとき

$$\begin{cases} 8s-6=2t-6 & \text{―③} \\ -4s^2+1=-t^2+4 & \text{―④} \end{cases}$$

③より $t=4s$ ―③'

④に代入して $s^2=\frac{1}{4}$　$\therefore s=\pm\frac{1}{2}$

$s=\frac{1}{2}$ のとき ①に代入して $y=-2x$

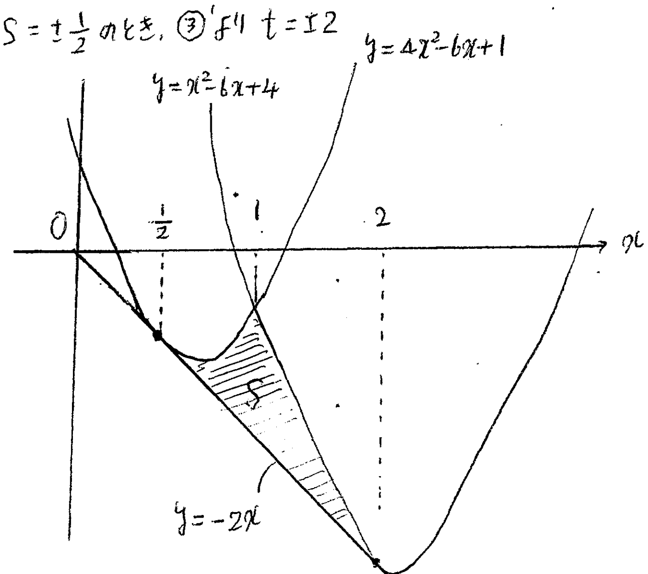
$s=-\frac{1}{2}$ のとき ①に代入して $y=-10x$

評点	3		
			0

(3) $y=4x^2-6x+1$ と $y=x^2-6x+4$ を連立して

$4x^2-6x+1=x^2-6x+4$　$\therefore x=\pm1$

$s=\pm\frac{1}{2}$ のとき，③'より $t=\pm2$



上図の斜線部分の面積が求める面積であり

$S=\int_{\frac{1}{2}}^{1}4(x-\frac{1}{2})^2dx+\int_{1}^{2}(x-2)^2dx$

$=4\left[\frac{(x-\frac{1}{2})^3}{3}\right]_{\frac{1}{2}}^{1}+\left[\frac{(x-2)^3}{3}\right]_{1}^{2}$

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{2}$

〔注意〕 1. 受験番号は，２箇所とも必ず記入すること。

2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	4		
		.	0

小数点

令和２年度入学試験解答用紙

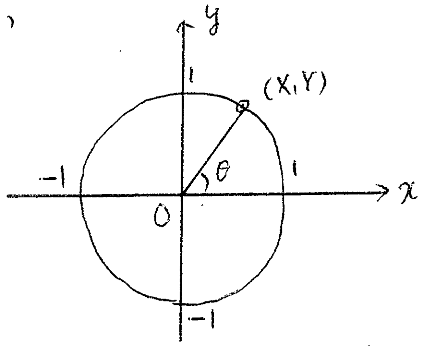
数　学

（人文，教育，経済科，農，創生学部）　（４枚の４）

受験番号								

4

(1)



三角関数の定義より　$X=\cos\theta,\ Y=\sin\theta$

(2) 以下 $0\leqq\theta<2\pi$ で考える。

$2X+3Y=2\cos\theta+3\sin\theta$

$=\sqrt{13}\sin(\theta+\alpha)$

$\left(\alpha \text{は } \cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{13}},\ \sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}} \text{ をみたす角}\right)$

$-1\leqq\sin(\theta+\alpha)\leqq1$ より　$-\sqrt{13}\leqq2X+3Y\leqq\sqrt{13}$

(3) $XY-Y^2+\frac{1}{2}=\sin\theta\cos\theta-\sin^2\theta+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin2\theta-\frac{1-\cos2\theta}{2}+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}(\sin2\theta+\cos2\theta)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)$

$2\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2},\ \frac{5}{2}\pi$

つまり　$\theta=\frac{\pi}{8},\ \frac{9}{8}\pi$ のとき最大値 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ここで $\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

$\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ より

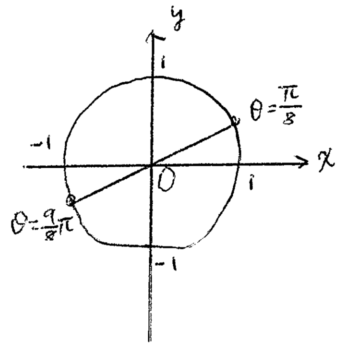
評点	4		
			0

小数点

そのときの θ の座標は

$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2},\ \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)$,

$\left(-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2},\ -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)$

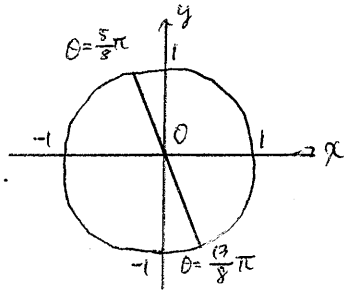


次に，$2\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi,\ \frac{7}{2}\pi$

つまり $\theta=\frac{5}{8}\pi,\ \frac{13}{8}\pi$ のとき最小値 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin^2\frac{5}{8}\pi=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

$\cos^2\frac{5}{8}\pi=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ より



そのときの θ の座標は

$\left(-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2},\ \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)$,

$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2},\ -\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)$

↓

裏面に続く

4

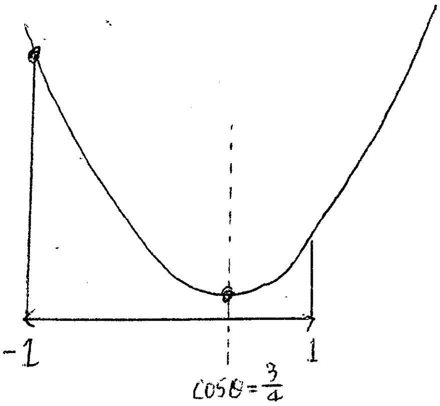
この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

裏面の始まり→

(3) $f(\theta) = 6\cos^2\theta - 3\cos\theta + 4\sin^2\theta$

$= 2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 4$

$= 2\left(\cos\theta - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}$



$\cos\theta = -1$ つまり $\theta = \pi$ のとき最大値 9

このとき Qの座標は $(-1, 0)$

$\cos\theta = \frac{3}{4}$ のとき最小値 $\frac{23}{8}$

このとき $\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}$ より

Qの座標は $\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{7}}{4}\right), \left(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$

←裏面の終り