〔注意〕 1. 受験番号は，２箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	1		
			0

小数点

令和２年度入学試験解答用紙

受験番号								

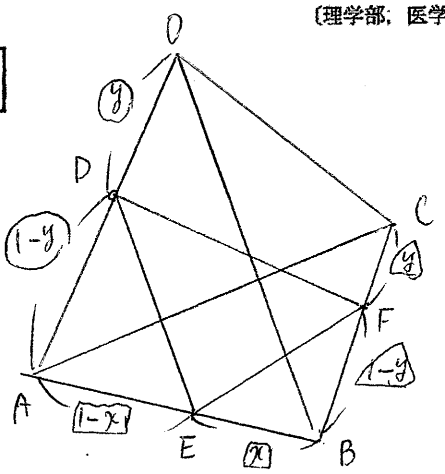
数　学（理，医，歯，工学部）（５枚の１）

〔理学部，医学部（保健学科）及び工学部受験者用〕

1

評点	1		
			0

小数点



(1) $\overrightarrow{OD} = y\vec{a}$, $\overrightarrow{OE} = x\vec{a} + (1-x)\vec{b}$,

$\overrightarrow{OF} = y\vec{b} + (1-y)\vec{c}$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OD} = (x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b}$,

$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD} = -y\vec{a} + y\vec{b} + (1-y)\vec{c}$

(2) 点Gは平面DEF上の点なので，実数α, βを用いて

$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OD} + \alpha\overrightarrow{DE} + \beta\overrightarrow{DF}$

$= \{y - \beta y + \alpha(x-y)\}\vec{a} + \{\alpha(1-x) + \beta y\}\vec{b} + \beta(1-y)\vec{c}$

一方 $\overrightarrow{OG} = t\vec{c}$ とかけることより，

$$\begin{cases} y - \beta y + \alpha(x-y) = 0 & \text{——①} \\ \alpha(1-x) + \beta y = 0 & \text{——②} \\ t = \beta(1-y) & \text{——③} \end{cases}$$

①,②より $\alpha = \dfrac{y}{y-1}$

②に代入して $\beta = \dfrac{x-1}{y-1}$

③に代入して $t = 1-x$

(3) 条件より $OA = OB = OC = h$

$AB = BC = CA = hk$

$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\vec{b} - \vec{a}|^2$ より

$h^2k^2 = 2h^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b}$　　$\therefore 2\vec{a}\cdot\vec{b} = h^2(2-k^2)$

同様にして $2\vec{b}\cdot\vec{c} = 2\vec{c}\cdot\vec{a} = h^2(2-k^2)$

$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OE}$

$= -x\vec{a} - (1-x)\vec{b} + (1-x)\vec{c}$

$|\overrightarrow{EG}|^2 = x^2|\vec{a}|^2 + (1-x)^2|\vec{b}|^2 + (1-x)|\vec{c}|^2$

$+ 2\{x(1-x)\vec{a}\cdot\vec{b} - (1-x)^2\vec{b}\cdot\vec{c} - x(1-x)\vec{c}\cdot\vec{a}\}$

$= h^2(3x^2 - 4x + 2) - h^2(2-k^2)(1 - 2x + x^2)$

$= h^2\{(k^2+1)x^2 - 2k^2x + k^2\}$

$= h^2\left\{(k^2+1)\left(x - \dfrac{k^2}{k^2+1}\right)^2 + \dfrac{k^2}{k^2+1}\right\}$

$x = \dfrac{k^2}{k^2+1}$ のとき EGは最小値 $\dfrac{hk}{\sqrt{k^2+1}}$

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	2		
			0

小数点

令和2年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　学（理，医，歯，工学部）（5枚の2）

〔理学部，医学部，歯学部及び工学部受験者用〕

2

(1) $70x+130y=m$

$10(7x+13y)=m$

mは10の倍数なので $m=10n$ (n:正の整数)

$n=1$のとき，mは最小となるので，$m_0=10$

(2) (1)より

$70x+130y=10$

$7x+13y=1$ —— ①

$7\cdot 2+13(-1)=1$ —— ②

①−②より $7(x-2)+13(y+1)=0$

$7(2-x)=13(y+1)$

7と13は互いに素なので，整数kを用いて

$$\begin{cases} 2-x=13k, \\ y+1=7k \end{cases}$$

$\therefore (x,y)=(-13k+2,\ 7k-1)$ (k:整数)

(3) (1)より $m=10n$

$\therefore 7x+13y=n$ —— ③

$7\cdot 2n+13(-n)=n$ —— ④

③−④より $7(x-2n)+13(y+n)=0$

(2)と同様にして

$$\begin{cases} x=-13k+2n \\ y=7k-n \end{cases} \quad (k:\text{整数})$$

$x>0,\ y>0$より

$-13k+n>0,\ 7k-n>0$

評点	2		
			0

小数点

$\therefore \dfrac{n}{7}<k<\dfrac{2n}{13}$ —— ⑤

⑤をみたす整数kが3個存在するときのnの最小値を求めればよい。

ここで $\dfrac{2n}{13}-\dfrac{n}{7}=\dfrac{n}{91}>2$

つまり $n>182$

に注意する。

$n=183, 184, \cdots$ と順に調べると

$183\leqq n\leqq 201$のとき，⑤をみたすkは2個以下

$n=202$のとき

$$\underset{28.8\cdots}{\dfrac{202}{7}}<k<\underset{31.07\cdots}{\dfrac{404}{13}}$$

これをみたすkは $k=29, 30, 31$ の3個

よって，求めるmの最小値は 2020

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

2

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D1

評点	3		
			0

小数点

令和2年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　学（理，医，歯，工学部）（5枚の3）

〔理学部，医学部，歯学部及び工学部受験者用〕

3

(1) n桁の整数のうち，各位の数の合計が奇数になるのは，

$$x_n = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \end{cases}$$

$$x_n = x_{n-1} + 2y_{n-1} \quad (n \geqq 2) \text{ — ①}$$

$$y_n = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\text{和が偶数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ y_{n-1}\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\text{和が奇数}}}_{n-1}}^{n} & \cdots\ x_{n-1}\text{通り} \end{cases}$$

$$y_n = 2x_{n-1} + y_{n-1} \quad (n \geqq 2) \text{ — ②}$$

ただし，

$x_1 = 2,\ y_1 = 1$ である。

②+①より　$y_n + x_n = 3(y_{n-1} + x_{n-1}) \quad (n \geqq 2)$

$\therefore\ y_n + x_n = (y_1 + x_1)\cdot 3^{n-1} = 3^n$ — ③

②−①より　$y_n - x_n = -(y_{n-1} - x_{n-1}) \quad (n \geqq 2)$

$\therefore\ y_n - x_n = (y_1 - x_1)(-1)^{n-1} = (-1)^n$ — ④

評点	3		
			0

小数点

$\dfrac{③+④}{2}$ より　$y_n = \dfrac{3^n + (-1)^n}{2}$

(2) n桁の各位の数の合計を4で割った余りが0, 1, 2, 3となるときの整数の総数をそれぞれz_n, p_n, q_n, r_nとする。

このとき，$z_n + p_n + q_n + r_n = 3^n$

$\therefore\ p_n + q_n + r_n = 3^n - z_n$ — ⑤

$$z_{n+1} = \begin{cases} \overbrace{\boxed{1}\underbrace{\boxed{\phantom{\text{和が偶数}}}}_{n}}^{n+1} & \cdots\ r_n\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{2}\underbrace{\boxed{\phantom{\text{和が偶数}}}}_{n}}^{n+1} & \cdots\ q_n\text{通り} \\ \overbrace{\boxed{3}\underbrace{\boxed{\phantom{\text{和が偶数}}}}_{n}}^{n+1} & \cdots\ p_n\text{通り} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cdots\ z_{n+1} &= p_n + q_n + r_n \\ &= 3^n - z_n \qquad (\because ⑤) \end{aligned}$$

$\therefore\ z_{n+1} = -z_n + 3^n$ — ⑥　$z_1 = 0$

⑥の両辺 3^{n+1} で割ると

$$\frac{z_{n+1}}{3^{n+1}} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{z_n}{3^n} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{z_{n+1}}{3^{n+1}} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\left(\frac{z_n}{3^n} - \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{z_n}{3^n} - \frac{1}{4} = \left(\frac{z_1}{3} - \frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = -\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{z_n}{3^n} = \frac{1}{4}\left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$$

$$\therefore\ z_n = \frac{3^n}{4}\left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$$

↓

裏面に続く

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

◇K17(021—20)

裏面の始まり→

(3) 題意をみたす等比数列 $\{C_n\}$ の初項を C_1, 公比を r $(r \neq 0)$ とすると、$C_n = C_1 r^{n-1}$

$$\frac{z_n}{y_n} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3^n+(-1)^n}\cdot\frac{3^n}{4}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{3^n-3(-1)^{n-1}}{3^n+(-1)^n} - 1\right\}$$

$$= \frac{(-1)^n}{3^n+(-1)^n}$$ より

$$C_n\left(\frac{z_n}{y_n}-\frac{1}{2}\right) = \frac{c}{r}\cdot\frac{(-r)^n}{3^n+(-1)^n}$$

$$= \frac{c}{r}\cdot\frac{\left(-\frac{r}{3}\right)^n}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$$

$n\to\infty$ のとき $\left(-\frac{1}{3}\right)^n \to 0$ となるので

与式が0でない値に収束する条件は

$-\frac{r}{3} = 1$ 　∴ $r=-3$

←裏面の終り

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	4		
			0

小数点

令和２年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　学（理，医，歯，工学部）（5枚の4）

〔理学部，医学部，歯学部及び工学部受験者用〕

4

評点	4		
			0

小数点

(1) $I_0 = \int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx = 2\pi$

$y = x\sqrt{4-x^2}\ (-2 \leqq x \leqq 2)$ で奇関数なので，

$I_1 = \int_{-2}^{2} x\sqrt{4-x^2}\,dx = 0$

$I_2 = \int_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = 2\int_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$ について

$x = 2\cos\theta\ (0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とおくと

$dx = -2\sin\theta\,d\theta$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & \longrightarrow & 2 \\ \hline \theta & \frac{\pi}{2} & \longrightarrow & 0 \end{array}$$

$$I_2 = 2\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} 4\cos^2\theta \cdot 2\sin\theta(-2\sin\theta)\,d\theta$$

$$= 32\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin 2\theta}{2}\right)^2 d\theta$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos 2\theta}{2}\,d\theta$$

$$= 4\left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi$$

(2) $I_{2n+2} = \int_{-2}^{2} x^{2n+2}\sqrt{4-x^2}\,dx$

$$= -\frac{1}{2}\int_{-2}^{2} x^{2n+1}\sqrt{4-x^2}\,(-2x)\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}\left\{\left[x^{2n+1}\cdot\frac{2}{3}(4-x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_{-2}^{2} - \int_{-2}^{2}(2n+1)x^{2n}\cdot\frac{2}{3}(4-x^2)^{\frac{3}{2}}dx\right\}$$

$$= \frac{2n+1}{3}\int_{-2}^{2} x^{2n}(4-x^2)\sqrt{4-x^2}\,dx$$

$$= \frac{2n+1}{3}\left\{4\int_{-2}^{2} x^{2n}\sqrt{4-x^2}\,dx - \int_{-2}^{2} x^{2n+2}\sqrt{4-x^2}\,dx\right\}$$

$$= \frac{2n+1}{3}\left(4I_{2n} - I_{2n+2}\right)$$

$$\therefore \left(1 + \frac{2n+1}{3}\right)I_{2n+2} = \frac{4(2n+1)}{3}I_{2n}$$

$$\therefore I_{2n+2} = \frac{4n+2}{n+2}I_{2n} \quad \text{—①}$$

$$\therefore \frac{I_{2n+2}}{I_{2n}} = \frac{4n+2}{n+2}$$

(3) $n \geqq 2$ のとき

$\frac{1}{2n} \leqq \frac{1}{n+2}$ より $\frac{3}{2} = \frac{3n}{2n} \leqq \frac{3n}{n+2}$ となるので

$$\frac{5}{2} \leqq 1 + \frac{3n}{n+2} = \frac{4n+2}{n+2} \quad \text{—②}$$

①,②より $I_{2n+2} \geqq \frac{5}{2}I_{2n}$

両辺 2^{n+1} で割ると

$$\frac{I_{2n+2}}{2^{n+1}} \geqq \frac{5}{4}\cdot\frac{I_{2n}}{2^n}$$

$$\therefore \frac{I_{2n}}{2^n} \geqq \frac{I_4}{2^2}\left(\frac{5}{4}\right)^{n-2}$$

ここで ①より $I_4 = 2I_2 = 4\pi$ なので

$$\frac{I_{2n}}{2^n} \geqq \pi\left(\frac{5}{4}\right)^{n-2}$$

よって追い出しの原理より $\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^n} = \infty$

↓

裏面に続く

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。

裏面の始まり→

$$I_{2n}=2\int_0^2 x^{2n}\sqrt{4-x^2}\,dx$$

$0\leqq x\leqq 2$のとき

$$0 \leqq x^{2n}\sqrt{4-x^2} \leqq 2x^{2n}$$

$$0 < 2\int_0^2 x^{2n}\sqrt{4-x^2}\,dx < 2\int_0^2 2x^{2n}\,dx$$

$$0 < I_{2n} < \frac{4\cdot 2^{2n+1}}{2n+1}$$

$$0 < \frac{I_{2n}}{2^{2n}} < \frac{8}{2n+1}$$

はさみうちの原理より $\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^{2n}}=0$

←裏面の終り

〔注意〕 1. 受験番号は，2箇所とも必ず記入すること。
2. 評点欄は，記入しないこと。

受験番号								

D 1

評点	5		
			0

小数点

令和２年度入学試験解答用紙

受験番号								

数　　学（理，医，歯，工学部）（5枚の5）

〔理学部（選抜方法A），医学部（医学科），歯学部及び工学部受験者用〕

評点	5		
			0

小数点

5

(1) $z^n = i$ —①

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ とすると，

ド・モアブルの公式より $z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ —②

①,②より $r^n = 1$, $n\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $(k = 0, 1, \cdots, n-1)$

$\therefore r = 1$, $\theta = \frac{4k+1}{2n}\pi$ $(k = 0, 1, \cdots, n-1)$

これより $\alpha_k = \cos\frac{4k+1}{2n}\pi + i\sin\frac{4k+1}{2n}\pi$

(2) $\beta_k = \cos\frac{2k}{n}\pi + i\sin\frac{2k\pi}{n}$ とすると

$\alpha_0\beta_k = \left(\cos\frac{\pi}{2n} + i\sin\frac{\pi}{2n}\right)\left(\cos\frac{2k}{n}\pi + i\sin\frac{2k}{n}\pi\right)$

$= \cos\frac{4k+1}{2n}\pi + i\sin\frac{4k+1}{2n}\pi$

$= \alpha_k$

$(\beta_k)^n = \cos 2k\pi + i\sin 2k\pi = 1$

よって $\alpha_k = \alpha_0\beta_k$, $(\beta_k)^n = 1$ を同時にみたす複素数 β_k は存在する。

(3) $k = 1, 2, \cdots, n-1$ に対して

$|\gamma_k - \gamma_{k-1}| = |\alpha_k| = 1$ (ただし $\gamma_n = \gamma_0$)

また，$\gamma_{k+1} - \gamma_k = \alpha_{k+1}$, $\gamma_k - \gamma_{k-1} = \alpha_k$ であり

$\alpha_{k+1} = \alpha_k\left(\cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}\right)$ から

$\gamma_{k+1} - \gamma_k = (\gamma_k - \gamma_{k-1})\left(\cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}\right)$ となる。

これより $P_0, P_1, \cdots, P_{n-1}$ を頂点とする多角形は正n角形である。

(4) $n = 6$ のとき

正6角形 $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ を通る円の中心が表す複素数は

$\frac{\gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5}{6}$

$= \frac{1}{6}(6\alpha_0 + 5\alpha_1 + 4\alpha_2 + 3\alpha_3 + 2\alpha_4 + \alpha_5)$

$= \frac{1}{6}(6\alpha_0 + 5\alpha_0\beta_1 + 4\alpha_0\beta_2 + 3\alpha_0\beta_3 + 2\alpha_0\beta_4 + \alpha_0\beta_5)$ $(\because (2))$

$= \frac{\alpha_0}{6}(6\beta_0 + 5\beta_1 + 4\beta_2 + 3\beta_3 + 2\beta_4 + \beta_5)$

$= \frac{\alpha_0}{6}(5\beta_0 + 4\beta_1 + 3\beta_2 + 2\beta_3 + \beta_4)$

$(\because \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5 = 0)$

$= \frac{\alpha_0}{6}(3 + 4\beta_1 + 3\beta_2 + \beta_4)$ $(\because \beta_0 = 1, \beta_3 = -1)$

$= \frac{\alpha_0}{6}\left\{3 + 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + 3\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

$= \frac{\alpha_0}{6}(3 + 3\sqrt{3}i)$

$= \frac{\alpha_0}{2}(1 + \sqrt{3}i)$

$= \left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$= \cos\frac{5}{12}\pi + i\sin\frac{5}{12}\pi$

ここで $\cos\frac{5}{12}\pi = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$\sin\frac{5}{12}\pi = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ より

求める複素数は

$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}i$

5

この面に記入しきれない場合は，裏面を使用してよい。その場合は，「裏面に続く」と明記すること。