早稲田大学

基幹理工・創造理工・先進理工学部

【物理】解答例

〔 I 〕

問 1 (1) **d**　(2) **b**　(3) **h**

問 2 (4) **e**　(5) **b**　(6) **d**

問 3 (7) **h**　(8) **h**

問 4 (9) **h**　(10) **f**　(11) **c** または **e**　(12) **c** または **e**

(13) **g**　(14) **a**

〔ポイントの解説〕

問 2 (4)　経路差ではなく位相差が問われている。経路差が $d\sin\theta_\mathrm{b}$ であり，経路差 λ 当たりの位相差が 2π であることから，

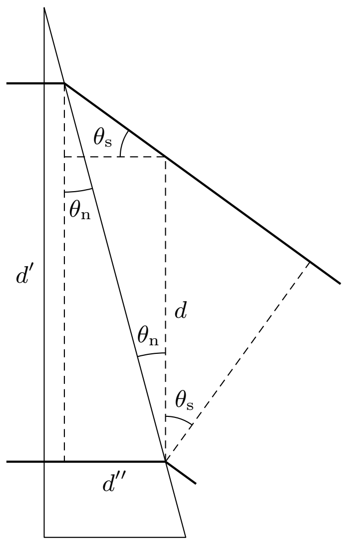
$$2\pi \times \frac{d\sin\theta_\mathrm{b}}{\lambda} = \frac{2\pi d\sin\theta_\mathrm{b}}{\lambda} \quad (\mathbf{e})$$

(5)　全経路差は $d\sin\theta_\mathrm{b} + \dfrac{dX}{L}$ なので，0 次の明線について

$$d\sin\theta_\mathrm{b} + \frac{dX}{L} = 0 \quad \therefore\ X = -L\sin\theta_\mathrm{b} \quad (\mathbf{b})$$

(6)　明点の間隔は変化しない。

問 4 (9)　色々と解法が考えられるが，解答の形が直接得られる解法を紹介する。右図のように補助線を描き，2 つのスリットに達する光線の，プリズム入射前の距離を d'，求める経路差を d'' とする。このとき，



$$d'' = d'\tan\theta_\mathrm{n}$$
$$d' - d = d''\tan\theta_\mathrm{s}$$

d'，d'' について解けば

$$d' = \frac{d}{1-\tan\theta_\mathrm{n}\tan\theta_\mathrm{s}}$$
$$d'' = \frac{d\tan\theta_\mathrm{n}}{1-\tan\theta_\mathrm{n}\tan\theta_\mathrm{s}} \quad (\mathbf{h})$$

【参考】

解法によっては上手に sin や cos を tan に直していく必要があるが，このときに屈折の法則を利用してしまうと正答に辿り着けなくなる可能性があるので注意したい。

(10)　$\theta_\mathrm{a} = n\theta_\mathrm{n}$ だったので，

$$\begin{aligned}\theta_\mathrm{s} &= \theta_\mathrm{a} - \theta_\mathrm{n} \\ &= (n-1)\,\theta_\mathrm{n} \quad (\mathbf{f})\end{aligned}$$

(11)　(9)より

$$\begin{aligned}d'' = \frac{d\tan\theta_\mathrm{n}}{1-\tan\theta_\mathrm{n}\tan\theta_\mathrm{s}} &\fallingdotseq \frac{d\theta_\mathrm{n}}{1-\theta_\mathrm{n}\theta_\mathrm{s}} \\ &= \frac{d\theta_\mathrm{n}}{1-(n-1){\theta_\mathrm{n}}^2} \qquad (\because \quad (10)) \\ &\fallingdotseq d\theta_\mathrm{n} \quad (\mathbf{c}\ \text{または}\,\mathbf{e})\end{aligned}$$

なお，ここで微小量の二次の項も無視している（$\cos\theta \fallingdotseq 1$ と同等の近似）。

(12)　経路差は，

$$\frac{d''}{\cos\theta_\mathrm{s}} \fallingdotseq d\theta_\mathrm{n} \quad (\mathbf{c}\ \text{または}\,\mathbf{e})$$

(13)　光路差は

$$nd\theta_\mathrm{n} - d\theta_\mathrm{n} = (n-1)\,d\theta_\mathrm{n}$$

なので位相差は

$$2\pi \times \frac{(n-1)\,d\theta_\mathrm{n}}{\lambda} = \frac{2\pi\,(n-1)\,d\theta_\mathrm{n}}{\lambda} \quad (\mathbf{g})$$

【参考】

プリズムから出た後の光の波面を考えれば，光の経路差が直ちに $d\sin\theta_\mathrm{s}$ であることがわかり，$\theta_\mathrm{s} \fallingdotseq (n-1)\,\theta_\mathrm{n}$ より同じ結果が得られる。

(14)　(5)と同様に考えて，

$$(n-1)\,d\theta_\mathrm{n} + \frac{dX}{L} = 0 \quad \therefore\ X = -\,(n-1)\,L\theta_\mathrm{n} \quad (\mathbf{a})$$

〔II〕

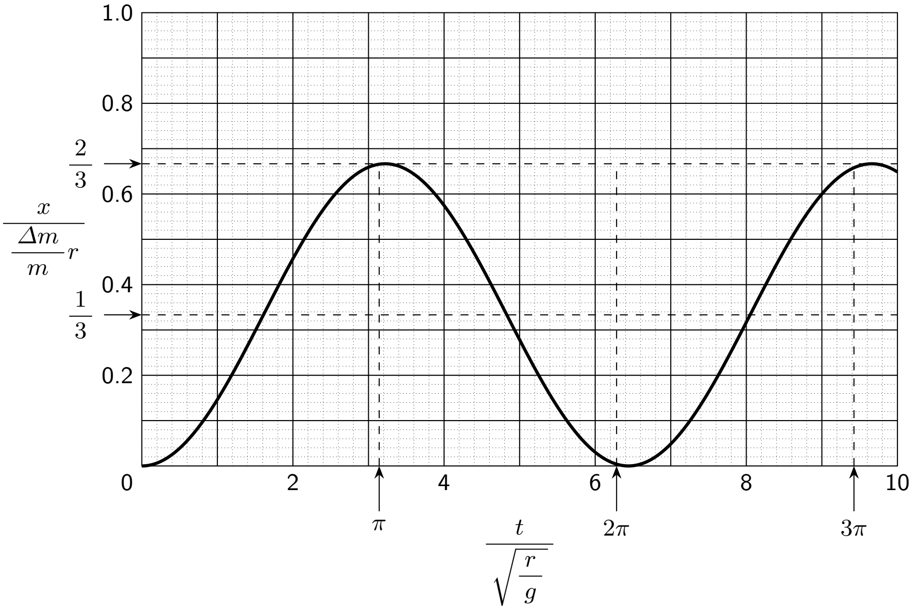
問 1 $\dfrac{1+e}{1-e}$ 倍　**問 2** $\left(\dfrac{1+e}{1-e}\right)^3$ 倍　**問 3** 遠心力：mg，速さ：$\sqrt{\dfrac{gr}{2}}$

問 4 $\dfrac{r}{r-x}$ 倍　**問 5** $\left(\dfrac{r}{r-x}\right)^3$ 倍　**問 6** $mg\left(1+\dfrac{3x}{r}\right)$

問 7 小球：$2m\alpha = T - mg\left(1+\dfrac{3x}{r}\right)$，蜂とおもり：$(m+\Delta m)\alpha = (m+\Delta m)g - T$

問 8 $\alpha = -\dfrac{3mg}{r(3m+\Delta m)}\left(x - \dfrac{\Delta m}{3m}r\right)$

問 9



〔ポイントの解説〕

問 2　近地点と遠地点での速さをそれぞれ v_n，v_f，遠心力の大きさをそれぞれ F_n，F_f として

$$
\begin{aligned}
F_\mathrm{n} &= m\frac{{v_\mathrm{n}}^2}{(1-e)a} \\
&= \frac{m}{\{(1-e)a\}^3}\{(1-e)av_\mathrm{n}\}^2 \\
&= \frac{m}{\{(1-e)a\}^3}\{(1+e)av_\mathrm{f}\}^2 \qquad (\because\ \textbf{問 1}\ \text{のケプラーの第 2 法則}) \\
&= \frac{\{(1+e)a\}^3}{\{(1-e)a\}^3}\cdot m\frac{v_\mathrm{f}^2}{(1+e)a} \\
&= \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^3 F_\mathrm{f}
\end{aligned}
$$

問 5　はじめの小球の円運動の速さと遠心力の大きさをそれぞれ v_0，F_0，おもりが x 変位したときの小球の速さと遠心力の大きさをそれぞれ v，F として，**問 2** と同様に

$$
\begin{aligned}
F &= 2m\frac{v^2}{r-x} \\
&= \frac{2m}{(r-x)^3}\left\{(r-x)v\right\}^2 \\
&= \frac{2m}{(r-x)^3}(rv_0)^2 \qquad \left(\because \quad \textbf{問 4}\text{ のケプラーの第 2 法則}\right) \\
&= \frac{r^3}{(r-x)^3}\cdot 2m\frac{{v_0}^2}{r} \\
&= \underline{\left(\frac{r}{r-x}\right)^3 F_0}
\end{aligned}
$$

問 6　F を与えられた近似を適用できる形に変形する

$$
\begin{aligned}
F &= \left(1-\frac{x}{r}\right)^{-3} F_0 \\
&\fallingdotseq \left\{1-3\left(-\frac{x}{r}\right)\right\} F_0 \\
&= \left(1+\frac{3x}{r}\right)\cdot 2m\frac{\frac{gr}{2}}{r} \qquad \left(\because \quad v_0=\sqrt{\frac{gr}{2}} \ \textbf{：問 3}\right) \\
&= \underline{mg\left(1+\frac{3x}{r}\right)}
\end{aligned}
$$

問 9　**問 8** より

$$
\begin{aligned}
\alpha &= -\frac{3mg}{r(3m+\Delta m)}\left(x-\frac{\Delta m}{3m}r\right) \\
&= -\frac{g}{r}\left(1+\frac{\Delta m}{3m}\right)^{-1}\left(x-\frac{\Delta m}{3m}r\right) \\
&\fallingdotseq -\frac{g}{r}\left(1-\frac{\Delta m}{3m}\right)\left(x-\frac{\Delta m}{3m}r\right) \qquad \left(\because \quad \frac{\Delta m}{m} \ll 1\right) \\
&\equiv -\omega^2(x-x_0) \\
&\left(\omega=\sqrt{\frac{g}{r}\left(1-\frac{\Delta m}{3m}\right)},\ x_0=\frac{\Delta m}{3m}r\right)
\end{aligned}
$$

よって，グラフに表したとき，振動中心が $\dfrac{x_0}{\frac{\Delta m}{m}r}=\dfrac{1}{3}\ (\fallingdotseq 0.33)$ で，周期が

$$
\frac{2\pi}{\omega}\Big/\sqrt{\frac{r}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\frac{\Delta m}{3m}}} > 2\pi\ (\fallingdotseq 6.3)
$$

の単振動となることに注意して解答図を得る。

($\dfrac{\Delta m}{m}$ は 1 に比べて十分に小さいので，周期 $=2\pi$ として描図しても可であろう。)

〔Ⅲ〕

問 1 $\dfrac{E-vBL}{2\lambda x}$　**問 2** $\dfrac{(E-vBL)\,BL}{2\lambda x}-F$　**問 3** $\dfrac{EBL}{2\lambda F}$　**問 4** $\dfrac{EF}{BL}$

問 5 $\dfrac{1}{3}$ 倍　**問 6** $\dfrac{BEL}{\lambda}$　**問 7** $\dfrac{F}{BL}$　**問 8** $\left(\dfrac{EB}{3\lambda F}-\dfrac{2}{3}\right)$ 倍

問 9 0　**問10** $\dfrac{EB}{2\lambda}$　**問11** $\dfrac{1}{4}$ 倍

〔ポイントの解説〕

問 1　金属棒に生じる誘導起電力は vBL，レールの抵抗はそれぞれ λx であるから，キルヒホッフの第２法則より

$$E-2\lambda xI-vBL=0 \qquad \therefore \quad I=\frac{E-vBL}{2\lambda x}$$

問 2　レールに沿う力の成分 f は

$$f=IBL-F=\frac{(E-vBL)\,BL}{2\lambda x}-F$$

問 3　静止したことより問２の結果で，$v=0$，$f=0$ として

$$\frac{EBL}{2\lambda x}-F=0 \qquad \therefore \quad x=\frac{EBL}{2\lambda F}$$

問 4　このとき，回路を流れる電流は

$$I=\frac{E}{2\lambda x}=\frac{F}{BL} \qquad (\because \quad \textbf{問 3})$$

であるから，求める単位時間あたりのエネルギー P は

$$P=IE=\frac{EF}{BL}$$

問 5　外力が $3F$ のときの静止状態の距離 x' は，問３で $F\to 3F$ とすればよいから，

$$\frac{x'}{x}=\frac{1}{3} \text{ 倍}$$

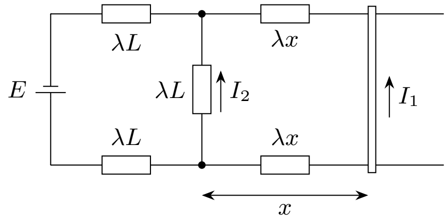
問 6　外力による仕事 W は

$$W=3F\,(x-x')=\frac{EBL}{\lambda}$$

問 7　金属棒にはたらく力のつり合いより

$$I_1BL=F \qquad \therefore \quad I_1=\frac{F}{BL}$$

問 8　静止状態における電流，および距離 x を右図のように定義すると，キルヒホッフの第 2 法則および**問 7** の結果より



$$\begin{cases} E = 2\lambda L\,(I_1 + I_2) + \lambda L I_2 \\ \lambda L I_2 = 2\lambda x I_1 \\ I_1 = \dfrac{F}{BL} \qquad (\because \ \textbf{問 7}) \end{cases}$$

これより，

$$I_2 = \frac{E}{3\lambda L} - \frac{2F}{3BL}\ , \qquad x = \frac{1}{3}\left(\frac{EB}{2\lambda F} - 1\right)L$$

であるから

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{EB}{3\lambda F} - \frac{2}{3}$$

問 9　ブリッジは短絡されるので，電流は 0

問10　**問 8** の結果で $x = 0$ として

$$\frac{EB}{2\lambda F} - 1 = 0 \qquad \therefore \quad F = \frac{EB}{2\lambda}$$

問11　**問 8** の結果で $x = L$，外力を F' として

$$\frac{1}{3}\left(\frac{EB}{2\lambda F'} - 1\right)L = L \qquad \therefore \quad F' = \frac{EB}{8\lambda}$$

よって

$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{4}$$