〔I〕

(1) **e**	(2) **e**	(3) **c**	(4) **h**	(5) **f**	(6) **a**	(7) **f**
(8) **b**	(9) **b**	(10) **f**	(11) **a**	(12) **e**		

解答のポイント

(3)　どちらの境界でも全反射し得る。与えられた屈折率の値では図のような角度の大小関係にはならないので，先入観を持たないように注意。

(5)　ハーフミラーによるレンズと点光源の鏡像を考え，レンズ公式を適用すればよい。つまり，レンズから像までの距離に気をつけ，

$$\frac{1}{\mathrm{PL}}+\frac{1}{l_1+l_2-h}=\frac{1}{f}$$

を解く。

(7)　点 B で S_2 に垂直に入射しているという条件を見落とさないように。

(8)〜(10)

与えられた近似式が使えるように正確に式変形を行っていく。

(11)　屈折率の大きな媒質に反射されるときには位相が反転する。

(12)　(11)ができていれば単純な幾何学の問題で難しくない。三角形の大きさの比を利用する。

〔II〕

問 1 $\sqrt{\dfrac{GM}{R+a}}$　**問 2** U_{A}：-2 倍，E_{A}：-1 倍　**問 3** $\dfrac{4\pi^2}{GM}$

問 4 $\sqrt{\dfrac{2(2a+R)}{2R+3a}}$ 倍　**問 5** $\dfrac{a}{3a+2R}$ 倍　**問 6** $\pi\sqrt{\dfrac{\left(R+\dfrac{a}{2}\right)^3}{GM}}$

問 7 $\dfrac{\alpha}{\beta^2}$ 倍　**問 8** $\dfrac{\alpha}{\beta^2}$ 倍　**問 9** 1 倍

解答のポイント

問 4　点 Q における宇宙船の速さを V_{Q} とおくと，ケプラーの第二法則から

$$\frac{1}{2}(a+R)V_{\mathrm{P}}=\frac{1}{2}(2a+R)V_{\mathrm{Q}}$$

が成り立つ。また，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m{V_{\mathrm{P}}}^2-\frac{GMm}{a+R}=\frac{1}{2}m{V_{\mathrm{Q}}}^2-\frac{GMm}{2a+R}$$

も成り立つ。2 式から V_{Q} を消去して，V_{P} を求めると，

$$V_{\mathrm{P}}=\sqrt{\frac{2(2a+R)GM}{(3a+2R)(a+R)}}$$
$$=\underline{\sqrt{\frac{2(2a+R)}{3a+2R}}}V_{\mathrm{A}}\quad\left(\because\ V_{\mathrm{A}}=\sqrt{\frac{GM}{a+R}}\right)$$

となる。

問 5

$$E_{\mathrm{B}}=\frac{1}{2}m{V_{\mathrm{P}}}^2-\frac{GMm}{a+R}$$
$$=\frac{2(2a+R)}{3a+2R}\times\frac{1}{2}m{V_{\mathrm{A}}}^2-\frac{GMm}{a+R}$$
$$=\left\{\frac{2(2a+R)}{3a+2R}-2\right\}K_{\mathrm{A}}$$
$$=-\frac{2(a+R)}{3a+2R}K_{\mathrm{A}}$$

である。ただし，式変形の途中で，

$$K_{\mathrm{A}}=\frac{1}{2}m{V_{\mathrm{A}}}^2=\frac{GMm}{2(a+R)}$$

を用いた。よって，

$$\Delta E=E_{\mathrm{B}}-E_{\mathrm{A}}$$
$$=\left\{-\frac{2(a+R)}{3a+2R}-(-1)\right\}K_{\mathrm{A}}\quad(\because\ \textbf{問 2})$$
$$=\underline{\frac{a}{3a+2R}}K_{\mathrm{A}}$$

問 7　地球表面付近での重力加速度 g は

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

惑星 X 表面付近での重力加速度 g' は

$$g' = G\frac{\alpha M}{(\beta R)^2}$$

これらより

$$\frac{g'}{g} = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

問 8　おもりの速さが最大となる点では力のつり合いが成立し，重力とばねの弾性力がつり合う。

問 9　ばね定数が不変であるので，周期も不変である。

〔Ⅲ〕

問 1　$\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$　　**問 2**　$\dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$

問 3　$\dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V-\dfrac{Q}{2}$（コンデンサーの負極を接地した場合），または，　$\dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$

問 4　$\dfrac{2V}{R}$　　**問 5**　$-\dfrac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}{2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$

問 6　I の時間変化率の正負：正，I の時間変化率の大きさ：$\dfrac{V}{L}$

問 7　$2\pi\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 SL}{d}}$　　**問 8**　$t=\dfrac{3}{4}\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}d$，$\varepsilon_{\mathrm{r}}>4$　　**問 9**　$\dfrac{V}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 S}{dL}}$　　**問10**　$\dfrac{3}{4}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V^2$

解答のポイント

問 1　コンデンサーの電気容量 C_0 は，$C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ であるから，極板 A に蓄えられる電気量 Q_{A} は

$$Q_{\mathrm{A}}=C_0V=\frac{\varepsilon_0 S}{d}V$$

問 2　金属板 C を挿入した後の電気容量 C_1 は，極板間隔が 2/3 になったことから $C_1=\dfrac{3}{2}C_0$ となる。よって，極板 A に蓄えられる電気量 $Q_{\mathrm{A}}{}'$ は

$$Q_{\mathrm{A}}{}'=C_1V=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}V$$

問 3　金属板 C の電位を V_{C} とすると，金属板 C の電荷が Q であることから

$$3C_0\left(V_{\mathrm{C}}-V\right)+3C_0\left(V_{\mathrm{C}}-0\right)=Q \qquad \therefore\quad V_{\mathrm{C}}=\frac{V}{2}+\frac{Q}{6C_0}$$

よって，極板 A に蓄えられる電気量 $Q_{\mathrm{A}}{}''$ は

$$Q_{\mathrm{A}}{}''=3C_0\left(V-V_{\mathrm{C}}\right)=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}V-\frac{Q}{2}$$

（注）　コンデンサーの負極側を接地し，極板 A，B にも合計 $-Q$ の電荷を与えたとした。問題に不記載の通り，非接地であれば極板 A，B の外側に $+\dfrac{Q}{2}$ がそれぞれ残り，$Q_{\mathrm{A}}{}''=\dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$ となる。

問 4　スイッチを閉じた直後はコンデンサーの電荷分布は変化しないので，コンデンサーには問3と同じ向きに電圧 V がかかっている。よって，抵抗器を流れる電流 I_0 は

$$I_0=\frac{V+V}{R}=\frac{2V}{R}$$

問 5　誘電体 D を挿入した後の電気容量 C_2 は

$$\frac{1}{C_2}=\frac{1}{3C_0}+\frac{1}{3\varepsilon_{\mathrm{r}}C_0}+\frac{1}{3C_0} \qquad \therefore\quad C_2=\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}{2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1}C_0$$

よって，極板 A に蓄えられる電気量 Q_{A}''' は

$$Q_{\mathrm{A}}''' = -C_2V = -\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}{2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1}C_0V = -\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}}{2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1}\frac{\varepsilon_0 S}{d}V$$

問 6　極板 A，B の電荷をそれぞれ $+q$，$-q$ とすると，キルヒホッフの法則および電流の定義より

$$-L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C_0} = 0 \quad , \quad I = -\frac{dq}{dt}$$

スイッチを閉じた直後は $q = C_0V$ であるから

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L} > 0$$

よって，I の時間変化率は正，大きさは $\dfrac{V}{L}$

問 7　**問 6** より

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC_0}q$$

よって，周期 T は

$$T = 2\pi\sqrt{LC_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0 SL}{d}}$$

問 8　厚さ t の誘電体 E を挿入した後の電気容量 C_3 は

$$\frac{1}{C_3} = \frac{t}{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}S} + \frac{d-t}{\varepsilon_0 S} \qquad \therefore \quad C_3 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}S}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d - (\varepsilon_r - 1)\,t}$$

振動周期が 2 倍になったことから $C_3 = 4C_0$ である。よって

$$\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}S}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d - (\varepsilon_r - 1)\,t} = \frac{4\varepsilon_0 S}{d} \qquad \therefore \quad t = \frac{3}{4}\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}-1}d$$

また，ε_{r} が満たす条件は，$t < d$ より，$\varepsilon_{\mathrm{r}} > 4$

問 9　求める電流を I_{m} とすると，エネルギー保存より

$$\frac{1}{2}L{I_{\mathrm{m}}}^2 = \frac{(C_0V)^2}{2\cdot 4C_0} \qquad \therefore \quad I_{\mathrm{m}} = \frac{V}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 S}{dL}}$$

問10　図 2 の静電エネルギーが抵抗器でのジュール熱となるから，ジュール熱の総量 H は

$$H = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}C_0\right)V^2 = \frac{3}{4}\frac{\varepsilon_0 S}{d}V^2$$

（注）　極板 A，B の外側の電荷は電気振動に関係しないため，**問 3** の接地有無に無関係な結果となる。