〔Ⅰ〕⑴ **f**　⑵ **a**　⑶ **d**　⑷ **g**　⑸ **d**　⑹ **f**　⑺ **g**　⑻ **d**　⑼ **h**　⑽ **c**

〔解答のポイント〕

⑶　状態方程式を使って $\varDelta T$ を $\varDelta(pV)$ に書き換えると温度をその都度求める必要がなくなり，見通しがよくなる。

⑷　定圧モル比熱 $C_v + R$ が利用できると楽。

⑹　断熱過程なので，出入りする熱は 0 である。

⑻　熱効率の定義が与えられているが，これをそのまま使うよりも 1 サイクルに熱力学の第一法則を適用して得られる

$$W = Q_{\rm in} - Q_{\rm out} \quad (W \text{ は 1 サイクルで外部にする仕事})$$

を使って

$$e = 1 - \frac{Q_{\rm out}}{Q_{\rm in}}$$

とした方がよい。$Q_{\rm in}$ は⑷で考えた Q であり，$Q_{\rm out}$ は⑺で求めている。

⑼　与えられたポアソンの式より

$$p_0\left(Sh_1\right)^{\gamma} = \alpha p_0\left(Sh_2\right)^{\gamma} \quad \therefore\ h_1 = \alpha^{\frac{1}{\gamma}} h_2 \quad \cdots\cdots ①$$
$$\alpha p_0\left(Sh_3\right)^{\gamma} = p_0\left(Sh_4\right)^{\gamma} \quad \therefore\ h_4 = \alpha^{\frac{1}{\gamma}} h_3 \quad \cdots\cdots ②$$

となるので，これを⑻に代入して解答を得る。

⑽　h の最大値は h_4 なので，$h_4 < H$ が求める条件である。h_4 は⑼の①，②式と⑷の結果を用いて h_1 と Q を用いて表せる。

〔II〕**問 1**　$z_0 = -\dfrac{mg}{k}$　**問 2**　$-kx$　**問 3**　$z = 0$　**問 4**　$\sqrt{2gh}$　**問 5**　$L = \sqrt{\dfrac{2mgh}{k}}$

問 6　$x = -\ell + h - \dfrac{k\ell^2}{2mg}$　**問 7**　$h = -\dfrac{81\pi^4}{1024}z_0$　**問 8**　$-g - \dfrac{kz}{2m}$　**問 9**　$-\dfrac{1}{2}kz$

問10　$-3z_0$

〔解答のポイント〕

問 6　小球２の２回目の衝突直前の速度を v_1 とすると，単振動のエネルギーを考慮した力学的エネルギー保存より

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{2gh}\right)^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}k\ell^2$$

また，衝突後は速度交換が起こり小球１が初速度 v_1 で上昇するから，衝突点からの上昇距離を h' として，

$$0 - {v_1}^2 = 2(-g)h'$$

以上の２式より，小球１が最高点に達したときの x は

$$x = -\ell + h' = -\ell + h - \frac{k\ell^2}{2mg}$$

問 7　$l = \dfrac{1}{\sqrt{2}}L$ より参考円を考えると，小球２は単振動の周期の $\dfrac{3}{8}T$ で衝突したことがわかる。１回目の衝突が起きてから２回目に衝突するまでの時間を t として，

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}}L = \dfrac{1}{2}gt^2 \\ t = \dfrac{3}{8}\cdot 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \end{cases}$$

また，**問 1**，**問 5** より

$$\frac{mg}{k} = -z_0\ ,\ L = \sqrt{-2z_0h}$$

であるので，以上より

$$h = -\frac{81\pi^4}{1024}z_0$$

問10　運動量保存より，衝突後の２物体の速さを u として

$$m\sqrt{2gh} = 2mu$$

$z = 0$ で運動エネルギーが０であるとしてその際の h を求めればよい。衝突後，振動中心の座標が $2z_0$ になることに注意して，単振動のエネルギーを考慮した力学的エネルギー保存より，

$$\frac{1}{2}\cdot 2mu^2 + \frac{1}{2}k|z_0|^2 = \frac{1}{2}k(2|z_0|)^2$$
$$\therefore\quad h = -3z_0$$

〔III〕**問 1** $\dfrac{Q}{\varepsilon_0 ab}$ **問 2** $\alpha = \dfrac{Qq}{\varepsilon_0 abm}$ **問 3** $\sqrt{(v\cos i)^2 + 2\alpha d}$ **問 4** $n = \sqrt{1 + \dfrac{2\alpha d}{v^2}}$

問 5 $\mathrm{C_1}$: $\dfrac{V}{3}$, $\mathrm{C_2}$: $\dfrac{V}{3}$ **問 6** $\mathrm{C_1}$: $\dfrac{\varepsilon_0 abV}{3d}$, $\mathrm{C_2}$: $\dfrac{2\varepsilon_0 abV}{3d}$ **問 7** $x = \left(3 - \sqrt{3}\right) d$

問 8 $\ell = \dfrac{a}{\varepsilon_\mathrm{r} - 1}$ **問 9** $\dfrac{v_1}{v_2} = 2$ **問10** $\dfrac{(\varepsilon_\mathrm{r} - 1)\varepsilon_0 bv_1 V}{3d}$

〔解答のポイント〕

問 4 下の極板を出るときの速さを v_1 とすると，x 方向は等速運動であること，および仕事とエネルギーの関係より

$$\begin{cases} n = \dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{v_1}{v} \\ \dfrac{1}{2}m{v_1}^2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + m\alpha d \end{cases} \qquad \therefore\quad n = \sqrt{1 + \frac{2d\alpha}{v^2}}$$

問 5・問 6 $\mathrm{C_1}$ の電気容量を $C\left(= \dfrac{\varepsilon_0 ab}{d}\right)$，$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$ の電位差を V_1，V_2 (並列のため, $V_1 = V_2$) とすると，電荷保存より

$$CV_1 + 2CV_2 = CV \qquad \therefore\quad V_1 = V_2 = \frac{V}{3}$$

$$Q_1 = CV_1 = \frac{\varepsilon_0 abV}{3d} \ , \quad Q_2 = 2CV_2 = \frac{2\varepsilon_0 abV}{3d}$$

問 7 題意より，$v = 2\sqrt{\dfrac{qV}{3m}}$ であるから

$$\alpha = \frac{qQ_1}{\varepsilon_0 mab} = \frac{v^2}{4d}$$

運動時間 t_0 は**問 3** の結果を用いて

$$t_0 = \frac{4d}{v^2}\left(-v\cos\frac{\pi}{3} + \sqrt{\left(v\cos\frac{\pi}{3}\right)^2 + \frac{v^2}{2}}\right) = \frac{2d}{v}\left(\sqrt{3} - 1\right)$$

よって，求める x 座標は

$$x = v\sin\frac{\pi}{3}\cdot t_0 = \left(3 - \sqrt{3}\right) d$$

問 8 $\mathrm{C_1}$ の電気量は $Q_1\left(= \dfrac{1}{3}CV\right)$ のままで，かかる電圧は $\dfrac{V}{3}$ であるから，C_2 の電気量に着目して

$$2C\left(\frac{a - \ell}{a} + \frac{\varepsilon_\mathrm{r}\ell}{a}\right)\cdot\frac{V}{3} = \frac{4}{3}CV$$

$$\therefore\quad \ell = \frac{a}{\varepsilon_\mathrm{r} - 1}$$

問 9　題意より

$$C_1(t)=\left\{1+(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,\frac{v_1t}{a}\right\}C$$

$$C_2(t)=\left\{1+(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,\frac{\ell-v_2t}{a}\right\}\cdot 2C=2\left\{2-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,\frac{v_2t}{a}\right\}C$$

であるから，$V_1(t)=V_2(t)$ より

$$\left\{1+(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,\frac{v_1t}{a}\right\}C\cdot V_1(t)=\frac{1}{3}CV+It$$

$$2\left\{2-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,\frac{v_2t}{a}\right\}C\cdot V_1(t)=\frac{4}{3}CV-It$$

２式が恒等式となるのは $V_1(t)$ が一定のときで，$V_1(t)=V_1(0)=\dfrac{V}{3}$．係数比較して，

$$v_1=2v_2 \qquad \therefore\quad \frac{v_1}{v_2}=2$$

問10　**問 9** より

$$I=(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\cdot\frac{v_1}{a}\cdot C\cdot\frac{V}{3}=\frac{\varepsilon_0\,(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\,bv_1V}{3d}$$