2020年度　慶應義塾大学　理工学部　数学　解答例

1　(1)　(i)　(ア)　$\dfrac{\pi}{8}$

(ii)　(イ)　$\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}$

(2)　(ウ)　$t-2$　　(エ)　$\dfrac{1}{5}$　　(オ)　$\dfrac{2}{5}$

(カ)　$x^2+\dfrac{16}{25}$

2　(1)　$x=\alpha$ が $P(x)=0$ の2重解であるならば

$P(x)$ は整式 $Q(x)$ を用いて

$$P(x)=(x-\alpha)^2Q(x)$$

とかける。このとき

$$\begin{aligned}P'(x)&=2(x-\alpha)Q(x)+(x-\alpha)^2Q'(x)\\&=(x-\alpha)\{2Q(x)+(x-\alpha)Q'(x)\}\end{aligned}$$

であるから

$$P'(\alpha)=0$$

が成り立ち，これは $x=\alpha$ が方程式 $P'(x)=0$ の解であることを意味する。よって示された。▨

(2)　(キ)　2

(3)　(ク)　3　　(ケ)　$\pm\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$

3 (1) (コ) $\dfrac{49}{400}$ (サ) $\dfrac{1}{50}$

(2) (シ) $\dfrac{3}{40}$

(3) (ス) $\dfrac{9}{5}p^2(1-p)$ (セ) $\dfrac{5}{7}$

4 (1) (ソ) $e^x - e^{-x}$

(2) $g(x)$ について $t-x=u$ と置換すると

$$\frac{dt}{du} = 1 \qquad \begin{array}{c|c} t & 0 \to 2x \\ \hline u & -x \to x \end{array}$$

$$e^{-f(t-x)} = e^{-f(u)}$$

より

$$g(x) = \int_{-x}^{x} e^{-f(u)}\,du$$

となる。

$$g(x) + g(-x) = \int_{-x}^{x} e^{-f(u)}\,du + \int_{x}^{-x} e^{-f(u)}\,du$$

$$= 0$$

より, $g(-x) = -g(x)$ であるから, $g(x)$は奇関数である。よって示された。▨

(3) (タ) $e^{\sin x} + e^{-\sin x}$

(4) (チ) $-\log \dfrac{3(x^2+1)}{2}$ (ツ) $2 - \dfrac{\pi}{2} - \log 3$

5 (1) (テ) $\frac{1}{16}x^3$

(2) (ト) $\frac{4}{3}$ (ナ) $\frac{10}{81}$

(3) (ニ) $\frac{2}{5}$

(4) (ヌ) $\sqrt{37}-5$