2021　慶應義塾大学　看護医療学部　数学　解答例

I

(1)　(ア)　1330

(2)　(イ)　$\frac{1}{12}\pi,\ \frac{5}{12}\pi$

(3)　(ウ)　$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$　(エ)　11

(4)　(オ)　$\frac{2}{3^{n-1}}$　(カ)　-3　(キ)　$-\frac{1}{3^{n-2}}$

(5)　(ク)　12　(ケ)　45

(6)　(コ)　2　(サ)　3　(シ)　$1-i,\ -3+\sqrt{5},\ -3-\sqrt{5}$

II

(1)　(ス)　$\frac{2}{9}$　(セ)　$\frac{7}{9}$　(ソ)　$\frac{4}{7}$

(2)　(タ)　$\sqrt{p^2-1}\,x+p$　(チ)　$-\sqrt{p^2-1}\,x+p$　(タ), (チ) は順不同

(ツ)　$\sqrt{2}$　(テ)　$3-2\sqrt{2}$　(ト)　$3+2\sqrt{2}$　(テ), (ト) は順不同*

(3)　(ナ)　$2\sqrt{2}$　(ニ)　4　(ヌ)　$\frac{a}{2}-\sqrt{\frac{a^2}{4}-2} \leqq x \leqq \frac{a}{2}-\sqrt{\frac{a^2}{4}-4}$,

$\frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^2}{4}-4} \leqq x \leqq \frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^2}{4}-2}$

III

(1)　(ネ)　(F)　(ノ)　(D)

(2)　(ハ)　(J)

(3)　(ヒ)　$\frac{13}{31}$　(フ)　0

* (テ) または (ト) を 1 としても正解である．

IV

（ヘ）　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　（ホ）　$\left(\dfrac{1}{3}a,\ \dfrac{1}{3}a,\ 0\right)$　（マ）　$\left(\dfrac{2}{3}a,\ \dfrac{2}{3}a+1,\ 0\right)$　（ミ）　$\left(\dfrac{2}{3}a+1,\ \dfrac{2}{3}a,\ 0\right)$

（ム）　$\dfrac{-3\pm 3\sqrt{3}}{2}$　（メ）　$-\dfrac{3}{2}$　（モ）　$\dfrac{1}{3}a+\dfrac{1}{2}$

V

(1)　（ヤ）　0　（ユ）　$f(x)$

(2)　$F(x)$ が $x=1,\ 2$ で極値をとることから

$$F'(1)=F'(2)=0$$

が必要である。$F'(x)=f(x)$ であるから

$$f(1)=f(2)=0$$

となる。これより，2 次関数 $f(t)$ は，実数の定数 k を用いて

$$f(t)=k(t-1)(t-2)$$

とおける。$F(1)=5$，$F(2)=4$ であるから

$$\begin{aligned}1&=F(1)-F(2)\\&=\int_2^1 k(t-1)(t-2)\,dt\\&=-\frac{1}{6}k(1-2)^3\\&=\frac{1}{6}k\end{aligned}$$

となる。これを解いて，$k=6$ を得る。
また

$$\begin{aligned}F(x)&=\int_d^x 6(t-1)(t-2)\,dt\\&=\left[2t^3-9t^2+12t\right]_d^x\\&=2x^3-9x^2+12x-(2d^3-9d^2+12d)\end{aligned}$$

となるが，$F(1)=5$ より

$$5-(2d^3-9d^2+12d)=5$$

$$(2d^2-9d+12)d=0$$

$$2d^2-9d+12=0 \quad \text{または} \quad d=0$$

となる。ところが，$2d^2-9d+12=0$ の判別式 D は

$$D=9^2-4\cdot 2\cdot 12=-15<0$$

であるから，$2d^2-9d+12=0$ は実数解をもたない。よって，$d=0$ となる。

逆に，$f(t)=6(t-1)(t-2)$，$d=0$ のとき

$$F(x)=2x^3-9x^2+12x,\ F'(x)=f(x)=6(x-1)(x-2)$$

であるから，$F(x)$ の増減表は次の通りである。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$F'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$F(x)$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$

たしかに，$F(x)$ は $x=1$ で極大値 5，$x=2$ で極小値 4 をとり，十分である。
よって，求めるものは

$$f(t)=\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{6(t-1)(t-2)},\ d=\underset{\sim}{0}$$

となる。