I

解答

問 1　下限：③　上限：⑥　　問 2　$3.7 \times 10^3\,\mathrm{m}$

問 3　(a)　ア：12　　イ：13　　ウ：14　　エ：6　　オ：7

(b)　カ：①　　キ：⑤

(c)　木炭が作成されたときから現在までたった時間を t，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の β 崩壊の半減期を T とおくと，

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \frac{1}{10} \quad \text{より} \quad t = \frac{T}{\log_{10} 2}$$

となるから，数値を代入して

$$t = \frac{5.7 \times 10^3}{0.30} \fallingdotseq 1.9 \times 10^4 \text{ 年}$$

よって，この遺跡はおよそ 1.9×10^4 年前のものであると考察される。

ポイントの解説

問 2　花崗岩の底面に加わる圧力を P，花崗岩の密度を ρ，重力加速度の大きさを g として地上に置いた花崗岩に加わる力のつりあいを考える。題意より花崗岩に加わる圧力が $10^8\,\mathrm{Pa}$ 程度の場合を考えているので，大気圧 (およそ $10^5\,\mathrm{Pa}$) の影響は無視できる。このとき，つりあいの式は，

$$\pi r^3 \rho g = \pi r^2 P$$

$$\therefore \quad P = \rho g r$$

である。P が $1.0 \times 10^8\,\mathrm{Pa}$ より大きくなると自重によって破壊されてしまうので，破壊されないような r の最大値 r_{max} は

$$\rho g r_{\mathrm{max}} = 1.0 \times 10^8$$

をみたす。よって

$$r_{\mathrm{max}} = \frac{1.0 \times 10^8}{10 \times 2.7 \times 10^3} \fallingdotseq \underline{3.7 \times 10^3\,\mathrm{m}}$$

問 3　(b)　$\boxed{\text{カ}}$：β 崩壊では電子線が発生する。

$\boxed{\text{キ}}$：核反応の前後で質量数の和と原子番号の和が変わらなくなるものを選べばよい。

II

解答

問１　(a)　CV_0　　(b)　$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$　　(c)　$\boxed{\text{ア}}$　I　　(d)　$\boxed{\text{イ}}$　$-\dfrac{Q}{CL}$

問２　(e)　$\boxed{\text{ウ}}$　I_3　　(f)　$\boxed{\text{エ}}$　$-L\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}-L_3\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}$　　$\boxed{\text{オ}}$　$-L\dfrac{\Delta I_2}{\Delta t}-L_3\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}$

(g)　$\boxed{\text{カ}}$　$-\dfrac{Q_{全}}{C\left(L+2L_3\right)}$　　(h)　$f_{全}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{C\left(L+2L_3\right)}}$

(i)　$Q_{全}=\left(q_1+q_2\right)\cos\left(2\pi f_{全}t\right)$　　(j)　$\dfrac{\Delta Q_{差}}{\Delta t}=I_{差}$，　$\dfrac{\Delta I_{差}}{\Delta t}=-\dfrac{Q_{差}}{CL}$

(k)　$f_{差}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$　　(l)　$Q_{差}=\left(q_1-q_2\right)\cos\left(2\pi f_{差}t\right)$

(m)　(7)式 $\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}=-\dfrac{Q_{全}}{C\left(L+2L_3\right)}$ において，$Q_{全}=0$ となるので $\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t}=0$ である。よって，誘導起電力は生じない。

(n)　題意より，

$$Q_{全}=Q_1+Q_2=q_1\cos\left(2\pi f_{全}t\right)$$
$$Q_{差}=Q_1-Q_2=q_1\cos\left(2\pi f_{差}t\right)$$

となるから，これより

$$Q_1=\frac{1}{2}\left(Q_{全}+Q_{差}\right)=q_1\cos\left\{\pi\left(f_{全}+f_{差}\right)t\right\}\cdot\cos\left\{\pi\left(f_{全}-f_{差}\right)t\right\}$$

題意より，音の強度はコンデンサー１の極板間の電位差すなわち $|\,Q_1\,|$ に比例するので，単位時間あたり $(f_{差}-f_{全})$ 回，強弱が繰り返すように聞こえる。音の強弱に関するこの現象の名称は「うなり」である。

ポイントの解説

問１　問題文において丁寧に誘導されているので，誘導の意味を的確に把握することが重要である。

(c)　電流の向きと電荷の正負に注意が必要である。本問では，電流 I が増えると電荷 Q の増えるので，$\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}=I$ となる。

(d)　コイルに生じる誘導起電力は電流の向きを正として $-L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ となる。これに注意して電位の関係を考えればよい。

問２(e)　$\dfrac{\Delta Q_1}{\Delta t}=I_1$，$\dfrac{\Delta Q_2}{\Delta t}=I_2$ であるから

$$\frac{\Delta Q_{全}}{\Delta t}=\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}+\frac{\Delta Q_2}{\Delta t}=I_1+I_2=I_3$$

(f)　誘導起電力の向きに注意して立式すればよい。

$$\frac{Q_1}{C} = \underbrace{-L\frac{\Delta I_1}{\Delta t} - L_3\frac{\Delta I_3}{\Delta t}}_{\text{エ}}$$

$$\frac{Q_2}{C} = \underbrace{-L\frac{\Delta I_2}{\Delta t} - L_3\frac{\Delta I_3}{\Delta t}}_{\text{オ}}$$

(g)　上の 2 式を辺々加えあわせて，$Q_{全} = Q_1 + Q_2$，$I_1 + I_2 = I_3$ を用いると

$$\frac{Q_{全}}{C} = -L\frac{\Delta I_3}{\Delta t} - 2L_3\frac{\Delta I_3}{\Delta t} \qquad \therefore \quad \frac{\Delta I_3}{\Delta t} = -\frac{Q_{全}}{C\left(L+2L_3\right)}$$

(h)，(i)　問 1 で求めた式との対応関係に注意すれば，

$$f_{全} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C\left(L+2L_3\right)}}$$

$$Q_{全} = \left(q_1 + q_2\right)\cos\left(2\pi f_{全} t\right)$$

が得られる。

(j)，(k)　$Q_{差} = Q_1 - Q_2$，$I_{差} = I_1 - I_2$ について同様のことをすればよい。

$$\frac{\Delta Q_{差}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} - \frac{Q_2}{\Delta t} = I_{差}$$

(f)の 2 式の差をとると

$$\frac{Q_1 - Q_2}{C} = -L\left(\frac{\Delta I_1}{\Delta t} - \frac{\Delta I_2}{\Delta t}\right) = -L\frac{\Delta I_{差}}{\Delta t} \qquad \therefore \quad \frac{\Delta I_{差}}{\Delta t} = -\frac{Q_{差}}{CL}$$

(l)　いままでの結果より，$Q_{差} = \left(q_1 - q_2\right)\cos\left(2\pi f_{差} t\right)$ が得られる。

(m)　$t = 0$ のとき，$Q_{全} = 0$ になることに着目すればよい。このとき，(g)の結果より，$\dfrac{\Delta I_3}{\Delta t} = 0$ となるので誘導起電力は生じない。

(n)　本質的には，音波におけるうなりの関係を波の式から導くのと同じである。

Ⅲ

解答

問１　合力の大きさ：$2PDR$　　向き：上向き

問２　(a)　$T=\dfrac{mv^2}{2r\sin\dfrac{\pi}{n}}$　　(b)　$T=\rho v^2$　　(c)　$\dfrac{\rho v^2}{r}$

問３　$\boxed{ア}$　mv　　$\boxed{イ}$　$\dfrac{s}{v}$　　$\boxed{ウ}$　$\dfrac{mv^2}{s}$

(d)　$\boxed{エ}$　ρv^2

外力が t 秒間でした仕事は $fvt=\rho v^3 t$ である。一方，紐の運動エネルギーの増加は $\dfrac{1}{2}\cdot\rho vt\cdot v^2=\dfrac{1}{2}\rho v^3 t$ なので，紐が得る運動エネルギーは外力がした仕事の $\dfrac{1}{2}$ となる。

問４　(e)　$2\rho v^2$　　(f)　$L=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v^2}{g}-H\right)$

問５　想定１：$v=\sqrt{2gH}$，　$L=\dfrac{H}{2}$　　想定２：$v=\sqrt{gH}$，$L=0$

問６　想定１：問３(d)より，エネルギーは保存しない。

想定２：ビーズ紐が上昇するという前提のため，$L>0$ と結果が矛盾している。

ポイントの解説

問１　場所によって力の方向が違うので，単純に半円部分の面積と圧力の積にはならないことに注意。力のつり合いより，板の上面にはたらく力を求めればよい。

問３　やることは気体の分子運動論で圧力と気体分子の速さの関係を求めるのに似ている。力積 $\underline{mv}_{ア}$ を時間 $\dfrac{s}{\underline{v}}{}_{イ}$ 毎にビーズ紐に与えるときの平均の力の大きさを

$$\frac{mv}{\dfrac{s}{v}}=\frac{mv^2}{\underline{s}}{}_{ウ}$$

と求めればよい。

問４　(e)　半円部分にはたらく遠心力を，問１の圧力に見立てて計算する。

問４　(f)　半円部の重力は無視することに注意し，誘導通りに立式すればよい。

問５　誘導通りに立式し v を求め，その後(f)で得られた式より L を求めればよい。想定１ではひもが単位時間に紐が失う位置エネルギー ρvgH と運動エネルギー $\dfrac{1}{2}\rho v\cdot v^2$ が等しいとすると

$$\rho vgH=\frac{1}{2}\rho v\cdot v^2\cdot v=\underline{\sqrt{2gH}}$$

となり，(f)より $L=\underline{\dfrac{H}{2}}$ となる。

問６　一方想定２では，高さ H での紐の張力 ρgH が，(d)で求めた ρv^2 に等しいとすると

$$\rho gH=\rho v^2\cdot v=\underline{\sqrt{gH}}$$

となり，(f)より $L=\underline{0}$ となる。