2021 年度　慶應義塾大学　医学部　数学　解答例

[I]

(1)

(あ)	(い)	(う)
$\dfrac{5\sqrt{7}}{7}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$

(2)

(え)	(お)
$\dfrac{\pi}{3m}$	$\dfrac{2}{5}$

(3)

(か)	(き)	(く)	(け)	(こ)
176	2	6	8	3

[Ⅱ]

(1)

(あ)	(い)
$\dfrac{n+1}{2}$	$\dfrac{n^2-1}{12}$

(2)　変量 y の平均値を $\overline{y}$ とすると

$$s_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y}$$

である。ここで，変量 y は変量 x を並び替えたものなので，$\overline{y}$ の値は，$\overline{x}$ の値に等しい。また，n が奇数の 2 倍であるとき，正の整数 m を用いて，$n = 2(2m-1)$ とかけるので

$$\begin{aligned}
s_{xy} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2(2m-1)}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\frac{4m-1}{2}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2(2m-1)}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - 4m^2 + 2m - \frac{1}{4} \\
&= \underline{\frac{1}{4(2m-1)}\left\{2\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - m\right) + 1\right\}}_{\text{①}} - 4m^2 + 2m
\end{aligned}$$

と変形できる。ここで，$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ も整数の積の和なので，やはり整数である。よって，① の { } 内は奇数であり，さらに，$4(2m-1)$ は偶数であるから，①が整数となることはない。$-4m^2 + 2m$ は整数であるから，s_{xy} は整数とはならない。よって，$s_{xy} \neq 0$ である。(証明終わり)

(3)

(う)	(え)
$n(n^2-1)$	$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} {d_i}^2$

(4)

(お)	(か)	(き)	(く)
x_i	1	$n+1-x_i$	-1

［Ⅲ］

（1）

(あ)	(い)	(う)
$\dfrac{h^2T}{h^2-g^2}$	1	$\dfrac{ghT}{\lvert h^2-g^2\rvert}$

（2）

(え)	(お)	(か)
$h>g$	$x\sqrt{\dfrac{h^2}{g^2}-1}+1$	$-x\sqrt{\dfrac{h^2}{g^2}-1}+1$

(お) と (か) は順不同

（3）

(き)	(く)	(け)	(こ)
$\dfrac{h^2}{g^2-h^2}$	0	$\dfrac{h^2}{g^2}$	0

(さ)	(し)	(す)	(せ)	(そ)	(た)	(ち)	(つ)	(て)	(と)
$g>h$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	$\sqrt{2}$

(す) と (そ) は順不同，(ち) と (て) は順不同

[Ⅳ]

(あ)	(い)	(う)
$t - \dfrac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}} r$	$\dfrac{e^t + e^{-t}}{2} + \dfrac{2}{e^t + e^{-t}} r$	$0 < r \leqq 1$

(え)	(お)	(か)
$\log\left(\sqrt{r} + \sqrt{r-1}\,\right)$	$2\sqrt{r}$	$\dfrac{Y^2}{2} - r + Y\sqrt{\dfrac{Y^2}{4} - r}$