2026　慶應義塾大学　薬学部　数学　解答例

〔I〕

(1)　ア　$\dfrac{27}{35}$　イ　$\dfrac{1}{5}$

(2)　ウ　$\dfrac{p^2}{1-p+p^2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{(1-p)^2}{1-p+p^2}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$　エ　$\dfrac{2}{5}$　オ　$\dfrac{1}{8}$

(3)　カ　$\dfrac{1}{8}$　キ　$\dfrac{1}{(n+1)(n-1)(n-2)(n-3)(n-5)}a_{n-5}$　ク　$\dfrac{n}{(n+1)!}$

ケ　$1-\dfrac{1}{(n+1)!}$

(4)　コ　$y=2apx-ap^2$　サ　$\left(0,\ \dfrac{1}{4a}\right)$

(5)　シ　1　ス　$\sqrt{3}$　セ　$\sqrt{2}$　ソ　$(8\sqrt{2}-10)\pi$

〔II〕

(1)

$p=1$ であるので

$$x^3-3x^2-9x+16=0$$

となる．ここで

$$f(x)=x^3-3x^2-9x+16$$

とする．方程式 $f(x)=0$ が相異なる 3 つの実数解をもつことは，曲線 $y=f(x)$ が x 軸と 3 つの交点をもつことである．

$$f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$$

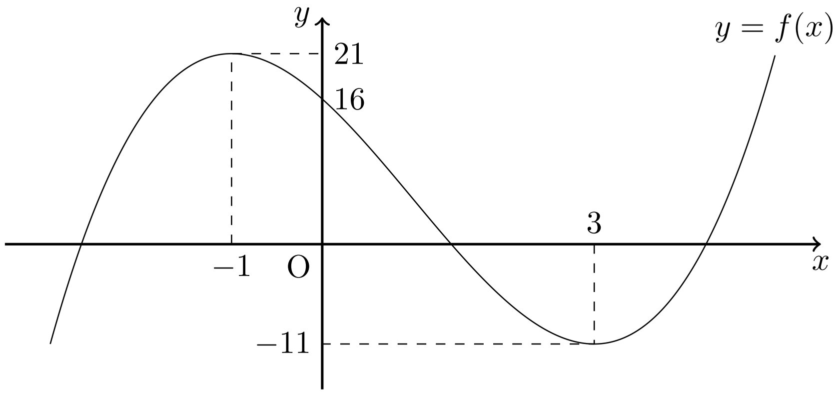
となる．$f(x)$ の増減表は次のようになる．

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$

ここで

$$f(-1)=21\ ,\ f(3)=-11$$

となる．よって，曲線 $y=f(x)$ は次図のようになる．



したがって，曲線 $y=f(x)$ は x 軸と 3 つの交点をもつので，方程式 $f(x)=0$ は相異なる 3 つの実数解をもつ．

(2)

$$x^3+(p^2-4)x^2-(8p+1)x+16=0$$

の解が α，β，γ であるので，解と係数の関係から

$$\alpha+\beta+\gamma=-p^2+4$$

となる．これより

$$\frac{1}{3}(\alpha+\beta+\gamma)=\frac{-p^2+4}{3}$$

となる．

複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) を頂点とする三角形 ABC の重心が原点であるとき

$$\frac{1}{3}(\alpha+\beta+\gamma)=0$$

が成り立つ．これより

$$\frac{-p^2+4}{3}=0$$

となるので

$$p=\pm 2$$

である．

(i)　$p=-2$ のとき

$$x^3+15x+16=0$$
$$(x+1)(x^2-x+16)=0$$
$$x=-1\ ,\ \frac{1\pm 3\sqrt{7}i}{2}$$

となる．この解を複素数平面上で表すと，3 点は同一直線上に並ばないため，三角形 ABC は存在する．

(ii)　$p=2$ のとき

$$x^3-17x+16=0$$
$$(x-1)(x^2+x-16)=0$$
$$x=1\ ,\ \frac{-1\pm\sqrt{65}}{2}$$

で，いずれも実数である．この解を複素数平面上で表すと，3 点は同一直線上に並ぶので，三角形 ABC は存在しない．

以上より，求める p の値は

$$p=\underset{\sim\sim}{-2}$$

である．

〔III〕

(1)　タ　$e^{-x}(2\cos 2x - \sin 2x)$　　チ　$-e^{-x}(\cos 2x + 2\sin 2x)$

(2)　ツ　$\dfrac{e^{-x}}{5}(2\sin 2x - \cos 2x)$

(3)　テ　$k\pi$　　ト　$\dfrac{4}{5}(1 - e^{-\pi})$　　ナ　$e^{-k\pi}A_0$　　ニ　$\dfrac{4}{5}$

〔IV〕

(1)　ヌ　0.10527

(2)　ネ　343

(3)　ノ　220　　ハ　36　　ヒ　0.88549