2026 関西学院大学（2/1 実施　全学部日程）数学（理系）　解答例

1

（1）	ア	d	イ	h
（2）	ウ	b	エ	f
（3）	オ	b	カ	e
（4）	キ	c	ク	f

■解説□

（1）　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} 2^k = \frac{2\cdot(2^{10}-1)}{2-1} = 2046$ （ $\underset{\text{ア}}{\text{d}}$ ）

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\cdot 2^{k-1} = S$ とすると，

$$S = 1\cdot 2^0 + 2\cdot 2^1 + 3\cdot 2^2 + \cdots\cdots + n\cdot 2^{n-1}$$

両辺に 2 を掛けると，

$$2S = 1\cdot 2^1 + 2\cdot 2^2 + \cdots\cdots + (n-1)\cdot 2^{n-1} + n\cdot 2^n$$

辺々を引くと，

$$\begin{aligned}-S &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots\cdots + 2^{n-1} - n\cdot 2^n\\ &= \frac{1\cdot(2^n-1)}{2-1} - n\cdot 2^n\\ &= 2^n - 1 - n\cdot 2^n\end{aligned}$$

ゆえに，$S = n\cdot 2^n - 2^n + 1$ （ $\underset{\text{イ}}{\text{h}}$ ）

（2）$t = \sin x$ （$-1 \leqq t \leqq 1$）とおくとき，

$$\begin{aligned}\cos 2x + \sin x = (1 - 2\sin^2 x) + \sin x &= -2t^2 + t + 1 \ (\ \underset{\text{ウ}}{\text{b}}\ )\\ &= (2t+1)(1-t)\end{aligned}$$

したがって，

$$(2t+1)(1-t) < 0$$

$0 \leqq x < 2\pi$ において $t = 1$ $\left(x = \dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき不等式は成り立たないので $-1 \leqq t < 1$ の範囲で考えると，つねに $1 - t > 0$ であるから，

$$2t + 1 < 0$$

$$t < -\frac{1}{2}$$

ゆえに $0 \leqq x < 2\pi$ に注意して，$\dfrac{7}{6}\pi < x < \dfrac{11}{6}\pi$ （ ⓕ$_{\text{エ}}$ ）

（３）(ｉ) $x \geqq 0$ のとき

$$2x = x + 3$$

$x = 3$　これは $x \geqq 0$ を満たす．

(ii) $x < 0$ のとき

$$-2x = x + 3$$

$x = -1$　これは $x < 0$ を満たす．

(ｉ)，(ii)より，方程式 $2|x| = x + 3$ の解は $x = 3,\ -1$ であるから，それらの和は 2（ ⓑ$_{\text{オ}}$ ）

$2|x| = 3|x-5|$ の両辺は 0 以上であるから，両辺を 2 乗すると，

$$4x^2 = 9(x-5)^2$$

$$5x^2 - 90x + 225 = 0$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-3)(x-15) = 0$$

$$x = 3,\ 15$$

よって，最大の解を最小の解で割った商は $\dfrac{15}{3} = 5$（ ⓔ$_{\text{カ}}$ ）

（４）連立方程式

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + 2y = 0 & \cdots\cdots① \\ y = kx + 2 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

において，②を①に代入すると，

$$x^2 - 2x + (kx+2)^2 + 2(kx+2) = 0$$

$$(k^2+1)x^2 + 2(3k-1)x + 8 = 0 \quad \cdots\cdots③$$

③の判別式を D とすると，

$$\frac{D}{4} = (3k-1)^2 - (k^2+1)\cdot 8 = k^2 - 6k - 7 = (k+1)(k-7)$$

円と直線が接するとき，$D = 0$ であるから，

$$(k+1)(k-7) = 0$$

$k > 0$ であるから，$k = 7$（ ⓒ$_{\text{キ}}$ ）

接点の x 座標は③の重解を考えることにより，

$$x=-\frac{2(3k-1)}{2(k^2+1)}=-\frac{3k-1}{k^2+1}=-\frac{20}{50}=-\frac{2}{5}\ (\ \text{f}\ )$$
ク

別解

$$x^2-2x+y^2+2y=0$$
$$(x-1)^2-1+(y+1)^2-1=0$$
$$(x-1)^2+(y+1)^2=2$$

円の中心 $(1,\,-1)$ と直線 $kx-y+2=0$ の距離を d とすると，

$$d=\frac{|k\cdot 1+(-1)\cdot(-1)+2|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{|k+3|}{\sqrt{k^2+1}}$$

$k>0$ であるから，$d=\dfrac{k+3}{\sqrt{k^2+1}}$

これが円の半径 $\sqrt{2}$ となるときに円と直線が接するので，

$$\frac{k+3}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$$
$$k+3=\sqrt{2(k^2+1)}$$
$$k^2+6k+9=2k^2+2$$
$$k^2-6k-7=0$$
$$(k+1)(k-7)=0$$

$k>0$ であるから，$k=7$ (c)
キ

直線 $y=7x+2$ と垂直で，円の中心 $(1,\,-1)$ を通る直線の方程式は

$$y=-\frac{1}{7}(x-1)-1$$
$$y=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$$

2 直線 $y=7x+2,\ y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$ の交点の x 座標が円と直線の接点の x 座標であるから，

$$7x+2=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$$
$$x=-\frac{2}{5}\ (\ \text{f}\ )$$
ク

$\boxed{2}$ (1) ア. $5-2x^2$　イ. $x(2x^2-15)$

(2) ウ. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　エ. $\dfrac{5}{2}$　オ. $-3x+8$

(3) カ. $-\dfrac{1}{3}(5-x^2)^{\frac{3}{2}}$

(4) キ. $\dfrac{1}{3}(31-5\sqrt{5})$　ク. $\dfrac{736}{15}\pi$

■ 解説 □

(1)
$$f'(x)=\sqrt{5-x^2}+x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{-2x}{\sqrt{5-x^2}}$$
$$=\frac{5-2x^2}{\sqrt{5-x^2}}\quad\cdots ①$$

$$f''(x)=\frac{-4x\sqrt{5-x^2}-(5-2x^2)\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{-2x}{\sqrt{5-x^2}}}{5-x^2}$$
$$=\frac{-4x(5-x^2)+(5-2x^2)x}{(5-x^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$=\frac{x(2x^2-15)}{(5-x^2)^{\frac{3}{2}}}\quad\cdots ②$$

(2) ①より $f(x)$ $(0\leqq x\leqq\sqrt{5})$ の増減は右表のようになり，この区間では $f(x)$ は $x=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ で最大値 $\dfrac{5}{2}$ をとる．また，$f(2)=2$，$f'(2)=-3$ より l の方程式は

x	0	$\cdots$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\cdots$	$\sqrt{5}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$\frac{5}{2}$	↘	0

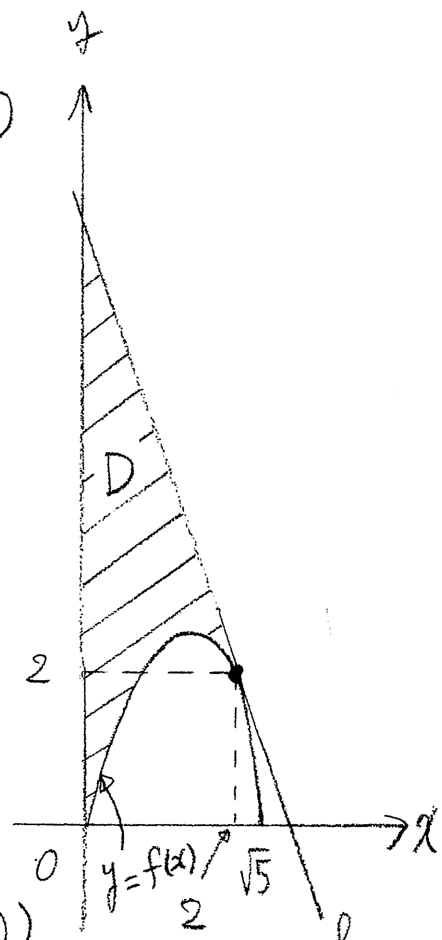
$y=-3(x-2)+2 \quad \therefore y=\underline{-3x+8}$ である。

(3)
$$\int f(x)dx=\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$$
$$=\int (5-x^2)^{\frac{1}{2}}\cdot(5-x^2)'\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)dx$$
$$=-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(5-x^2)^{\frac{3}{2}}+C$$
$$=\underline{-\frac{1}{3}(5-x^2)^{\frac{3}{2}}+C}\cdots③$$

ただし，Cは積分定数である。

(4)　②より，$0\leqq x\leqq 2$ において $f''(x)\leqq 0$

$\therefore$ $y=f(x)$のグラフは上に凸であるから，Dは右図の斜線部のようになる。



求める面積，体積をそれぞれS，Vとすると，

$$S=\int_0^2(-3x+8-f(x))dx$$
$$=\left[-\frac{3}{2}x^2+8x+\frac{1}{3}(5-x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2 \quad (\because ③)$$
$$=-6+16+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}\sqrt{5}=\underline{\frac{1}{3}(31-5\sqrt{5})}$$

$$\frac{V}{\pi}=\int_0^2\{(-3x+8)^2-(f(x))^2\}dx$$
$$=\int_0^2\{9x^2-48x+64-x^2(5-x^2)\}dx$$

$$= \int_0^2 (x^4 + 4x^2 - 48x + 64)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 24x^2 + 64x \right]_0^2$$

$$= \frac{32}{5} + \frac{32}{3} - 96 + 128$$

$$= \frac{256}{15} + 32 = \frac{736}{15}$$

$$\therefore V = \underline{\frac{736}{15}\pi}$$

である．

$\boxed{3}$

(1)　$\boxed{\text{ア}}$ 126　$\boxed{\text{イ}}$ 20　$\boxed{\text{ウ}}$ 40

(2)　$\boxed{\text{エ}}$ $\dfrac{10}{21}$　$\boxed{\text{オ}}$ $\dfrac{2}{63}$

(3)　$\boxed{\text{カ}}$ $\dfrac{121}{126}$　$\boxed{\text{キ}}$ $\dfrac{4}{9}$　$\boxed{\text{ク}}$ $\dfrac{26}{63}$

■ 解説 □

(1)　異なる 9 枚の中から 4 枚取り出すので,

$${}_9\mathrm{C}_4 = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 126 \text{ (通り)}$$

$a,\ b,\ c,\ d$ のうち 1 つが奇数で 3 つが偶数となる条件は, 5 枚の奇数が書かれたカードから 1 枚, 4 枚の偶数が書かれたカードから 3 枚取り出すことなので,

$${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_3 = 5\times 4 = 20 \text{ (通り)}$$

$a,\ b,\ c,\ d$ のうち 3 つが奇数で 1 つが偶数となる条件は, 5 枚の奇数が書かれたカードから 3 枚, 4 枚の偶数が書かれたカードから 1 枚取り出すことなので,

$${}_5\mathrm{C}_3 \times {}_4\mathrm{C}_1 = 10\times 4 = 40 \text{ (通り)}$$

(2)　X が奇数となるのは, $a,\ b,\ c,\ d$ のうち「1 つが奇数で 3 つが偶数となる」か「3 つが奇数で 1 つが偶数となる」であるから, $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ の結果より求める確率は,

$$\frac{20+40}{126} = \frac{10}{21}$$

$X \leqq 12$ となる数字の組合せは

$$(1,\ 2,\ 3,\ 4),\ (1,\ 2,\ 3,\ 5),\ (1,\ 2,\ 3,\ 6),\ (1,\ 2,\ 4,\ 5)$$

であるから, 求める確率は,

$$\frac{4}{126} = \frac{2}{63}$$

(3)　Y が偶数となるのは, 「4 枚のうち少なくとも 1 枚が偶数となる」であるから, 余事象「4 枚とも奇数となる」を利用すると, 求める確率は,

$$1 - \frac{{}_5\mathrm{C}_4}{126} = \frac{121}{126}$$

Y が 5 の倍数となるのは, 「1 枚が 5 で 3 枚が 5 以外の数字となる」であるから, 求める確率は,

$$\frac{1\times {}_8\mathrm{C}_3}{126} = \frac{56}{126} = \frac{4}{9}$$

Y が偶数かつ Y が 5 の倍数となるのは, Y が 5 の倍数となる場合から, Y が奇数かつ Y が 5 の倍数となる場合を除いて, 求める確率は,

$$\frac{1\times {}_8\mathrm{C}_3 - 1\times {}_4\mathrm{C}_3}{126} = \frac{56-4}{126} = \frac{52}{126} = \frac{26}{63}$$

4　$f(x)=2(\log_4 x)^2\left(\log_2 \dfrac{x^4}{64}\right)+3\log_2 \dfrac{1}{x^4}$

(1)　$f(4)=2(\log_4 4)^2\left(\log_2 \dfrac{4^4}{64}\right)+3\log_2 \dfrac{1}{4^4}=2\cdot 1^2\cdot 2+3\cdot(-8)=\mathbf{-20}$

(2)　$f(x)=2\left(\dfrac{\log_2 x}{\log_2 4}\right)^2(4\log_2 x-\log_2 64)+3\log_2 x^{-4}$

$\qquad=2\left(\dfrac{\log_2 x}{2}\right)^2(4\log_2 x-6)+3\cdot(-4)\log_2 x$

$t=\log_2 x$　……①

とおくと

$f(x)=2\left(\dfrac{t}{2}\right)^2(4t-6)-12t=\mathbf{2t^3-3t^2-12t}$

$\sqrt{2}\leqq x\leqq 2\sqrt{2}$　において　$\log_2\sqrt{2}\leqq \log_2 x\leqq \log_2 2\sqrt{2}$

① より　$\mathbf{\dfrac{1}{2}\leqq t\leqq \dfrac{3}{2}}$　……①′

$f(x)=g(t)$　とすると

$g(t)=2t^3-3t^2-12t$

$g'(t)=6t^2-6t-12=6(t-2)(t+1)$

①′ において　$g'(t)<0$　であるから $g(t)$ は単調に減少する．

よって，$f(x)$ の最大値は　$g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\mathbf{-\dfrac{13}{2}}$

(3)　$g(t)$ の増減は次の表のようになる．

t	$(-\infty)$	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	$(+\infty)$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(t)$	$(-\infty)$	↗	7	↘	-20	↗	$(+\infty)$

$f(x)=a$ が実数全体の範囲でちょうど 2 つの解をもつ a の値は，
$u=g(t)$ と $u=a$ のグラフがちょうど 2 つの共有点をもつ a の値であるから

$\mathbf{a=-20,\ 7}$

そのうち，最大の a は $a=7$

このとき　$g(t)=7$　であるから　$2t^3-3t^2-12t-7=0$

$(t+1)^2(2t-7)=0$　　$\therefore\ t=-1,\ \dfrac{7}{2}$

① から　$\log_2 x=-1$ または $\log_2 x=\dfrac{7}{2}$

よって，$f(x)=7$ の解は　$\mathbf{x=\dfrac{1}{2},\ 8\sqrt{2}}$