

〔1〕

- (1) ア $\frac{2}{3}\pi$ (120°) イ $\sqrt{3}$ ウ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- (2) エ 2 オ 9 カ $2a_n + 5$ キ $7 \cdot 2^{n-1} - 5$
- (3) ク $-\frac{25}{8}$ ケ 3 コ $\frac{\pi}{3}$

■解説□

$$(1) \quad \cos \angle AOB = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| |\vec{OB}|} = \frac{-1}{1 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

より, $\angle AOB = \frac{2}{3}\pi$

また, 三角形 ABC の重心が O であることから,

$$\frac{\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}}{3} = \vec{0}$$

$$\vec{OC} = -\vec{OA} - \vec{OB}$$

したがって,

$$|\vec{OC}|^2 = |-\vec{OA} - \vec{OB}|^2$$

$$= |\vec{OA}|^2 + 2\vec{OA} \cdot \vec{OB} + |\vec{OB}|^2$$

$$= 3$$

$|\vec{OC}| \geq 0$ より, $|\vec{OC}| = \sqrt{3}$

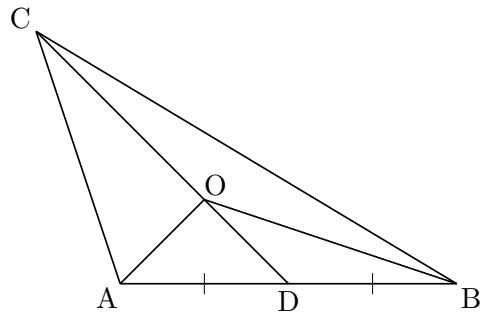
三角形 ABC, 三角形 ABO の面積をそれぞれ S, S' とすると,

$$S' = \frac{1}{2} |\vec{OA}| |\vec{OB}| \sin \angle AOB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ここで, 直線 OC と直線 AB の交点を D とおくと,

三角形 ABC の重心が O であることから $DO : DC = 1 : 3$ であり, 三角形 ABO と三角形 ABC について, ともに底辺が辺 AB であると考えればそれぞれの高さの比は $DO : DC = 1 : 3$ である. これが面積の比となるので,

$$S = 3S' = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



別解 (ア)の導出以降)

座標平面で $\vec{OA} = (1, 0)$, $\vec{OB} = (-1, \sqrt{3})$ となるようにおく.

さらに, $\vec{OC} = (x, y)$ とおくと, 三角形 ABC の重心が O であることから,

$$\left(\frac{1 + (-1) + x}{3}, \frac{0 + \sqrt{3} + y}{3} \right) = (0, 0)$$

$$\left(\frac{x}{3}, \frac{y + \sqrt{3}}{3} \right) = (0, 0)$$

より, $(x, y) = (0, -\sqrt{3})$ すなわち $\vec{OC} = (0, -\sqrt{3})$ とわかるので, $|\vec{OC}| = \sqrt{3}$

三角形 ABC の面積を S とする. $\vec{CA} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{CB} = (-1, 2\sqrt{3})$ であるから,

$$S = \frac{1}{2} |1 \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot (-1)| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$(2) \quad S_n = 2a_n - 5n + 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①に $n = 1$ を代入すると, $S_1 = a_1$ であるから,

$$S_1 = 2a_1 - 5 \cdot 1 + 3$$

$$a_1 = 2a_1 - 2$$

$$a_1 = 2$$

さらに, ①に $n = 2$ を代入すると, $S_2 = a_1 + a_2$ であるから,

$$S_2 = 2a_2 - 5 \cdot 2 + 3$$

$$2 + a_2 = 2a_2 - 7$$

$$a_2 = 9$$

また, ①から,

$$S_{n+1} = 2a_{n+1} - 5(n+1) + 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

② - ① から,

$$S_{n+1} - S_n = 2(a_{n+1} - a_n) - 5$$

$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ であるから,

$$a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 5$$

$$a_{n+1} = \frac{2a_n + 5}{1}$$

ゆえに,

$$a_{n+1} + 5 = 2(a_n + 5)$$

数列 $\{a_n + 5\}$ は初項 $a_1 + 5 = 7$, 公比 2 の等比数列であるから,

$$a_n + 5 = 7 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = \frac{7 \cdot 2^{n-1} - 5}{1}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad f(\theta) &= \cos 2\theta + 3 \cos \theta - 1 \\
 &= (2 \cos^2 \theta - 1) + 3 \cos \theta - 1 \\
 &= 2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 2 \\
 &= 2 \left(\cos \theta + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{25}{8}
 \end{aligned}$$

$0 \leq \theta \leq \pi$ のとき $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ より,

$$\cos \theta = -\frac{3}{4} \text{ のとき, 最小値 } \underbrace{-\frac{25}{8}}_{\sim \text{ケ}}$$

$$\cos \theta = 1 \text{ のとき, 最大値 } \underbrace{3}_{\sim \text{ケ}}$$

また,

$$\begin{aligned}
 f(\theta) &= 2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 2 \\
 &= (\cos \theta + 2)(2 \cos \theta - 1)
 \end{aligned}$$

より $0 \leq \theta \leq \pi$ に注意すると, 方程式 $f(\theta) = 0$ の解は $\cos \theta = \frac{1}{2}$ すなわち $\theta = \frac{\pi}{3}$ _コ

[2]

- (1) $\boxed{\text{ア}}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{イ}}$ $\frac{1}{2}$
- (2) $\boxed{\text{ウ}}$ $\frac{1}{16}$ $\boxed{\text{エ}}$ $\frac{1}{16}$
- (3) $\boxed{\text{オ}}$ $\frac{1}{16}$ $\boxed{\text{カ}}$ $\frac{15}{256}$ $\boxed{\text{キ}}$ $\frac{15}{256}$
- $\boxed{\text{ク}}$ $\frac{7}{128}$ $\boxed{\text{ケ}}$ $\frac{31}{256}$ $\boxed{\text{コ}}$ $\frac{49}{64}$

■解説□

2枚の硬貨を同時に投げ、2枚とも表が出る事象、2枚とも裏が出る事象、1枚ずつ表と裏が出る事象をそれぞれ A, B, C とする。

(1) 事象 A の起こる確率は、

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\underbrace{4}_{\text{ア}}}$$

事象 C の起こる確率は、

$${}^2C_1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\underbrace{2}_{\text{イ}}}$$

また、事象 B の起こる確率も $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ である。

(2) 2回目のゲームで初めて持ち点が2となる条件は、2回とも A が起こることであるから、

$$P_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{\underbrace{16}_{\text{ウ}}}$$

3回目のゲームで初めて持ち点が2となる条件は、

「1回目、2回目、3回目の順に、B または C, A, A が起こる」

または

「1回目、2回目、3回目の順に、A, B, A が起こる」

ことである。ゆえに、

$$P_3 = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{\underbrace{16}_{\text{エ}}}$$

(3) G が1回硬貨を投げても持ち点が2となることはない。ゆえに、 Q_3 は、K が2回硬貨を投げて (K, G 合わせて3回目に) 初めて持ち点が2となる確率と等しい。

$$Q_3 = P_2 = \frac{1}{\underbrace{16}_{\text{オ}}}$$

Q_4 は、K が2回硬貨を投げて持ち点が2とならず、G が2回硬貨を投げて初めて持ち点が2となる確率であり、

$$Q_4 = (1 - P_2) \times P_2 = \frac{15}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{15}{\underbrace{256}_{\text{カ}}}$$

Q_5 は、G が2回硬貨を投げて持ち点が2とならず、K が3回硬貨を投げて初めて持ち点が2となる確率であり、

$$Q_5 = (1 - P_2) \times P_3 = \frac{15}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{15}{256}_{\text{キ}}$$

Q_6 は、K が 3 回硬貨を投げて持ち点が 2 とならず、G が 3 回硬貨を投げて初めて持ち点が 2 となる確率であり、

$$Q_6 = (1 - P_2 - P_3) \times P_3 = \frac{7}{8} \times \frac{1}{16} = \frac{7}{128}_{\text{ケ}}$$

また、6 回目までに K が勝ちゲームが終了する確率は、 Q_3 と Q_5 の和であるから、

$$Q_3 + Q_5 = \frac{1}{16} + \frac{15}{256} = \frac{31}{256}_{\text{ケ}}$$

6 回目まで K も G も勝てず 7 回目のゲームを行う確率は、 Q_3 、 Q_4 、 Q_5 、 Q_6 の和を 1 から引いたものであるから、

$$1 - (Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) = 1 - \left(\frac{1}{16} + \frac{15}{256} + \frac{15}{256} + \frac{7}{128} \right) = \frac{49}{64}_{\text{コ}}$$

別解 (コ の導出について)

6 回目まで K も G も勝てず 7 回目のゲームを行うための条件は、K、G とも 3 回ずつ硬貨を投げていづれも持ち点が 2 とならないことであり、その確率は、

$$(1 - P_2 - P_3) \times (1 - P_2 - P_3) = \left(\frac{7}{8} \right)^2 = \frac{49}{64}_{\text{コ}}$$

[3]

- (1) ア (3, a) イ $\sqrt{a^2 - 4a + 5}$
- (2) ウ (2, 2) エ (4, 2)
- (3) オ $a < -\sqrt{6}, \sqrt{6} < a$
- (4) カ $\frac{5}{4}$
- (5) キ $-3x + 6$ ク $(1, \frac{1}{3})$ ケ $\frac{\sqrt{10}}{3}$
- (6) コ $\frac{4 - 2\sqrt{5}}{3}$

■ 解説 □

(1) C_2 の式を整理すると,

$$\begin{aligned} (x^2 - 6x) + (y^2 - 2ay) + 4a + 4 &= 0 \\ (x - 3)^2 + (y - a)^2 &= a^2 - 4a + 5 \end{aligned}$$

ここで, $a^2 - 4a + 5 = (a - 2)^2 + 1 > 0$ であるから,

C_2 の中心の座標は $(\underbrace{3}_ア, \underbrace{a}_イ)$, 半径は $\sqrt{\underbrace{a^2 - 4a + 5}_イ}$ である.

(2) C_2 の式を定数 a について整理すると,

$$\begin{aligned} -2ay + 4a + x^2 - 6x + y^2 + 4 &= 0 \\ (-2y + 4)a + (x^2 - 6x + y^2 + 4) &= 0 \end{aligned}$$

これが a の値に関わらず成り立つための条件は,

$$\begin{cases} -2y + 4 = 0 & \dots\dots ① \\ x^2 - 6x + y^2 + 4 = 0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

式①より, $y = 2$

これを式②に代入すると, $x^2 - 6x + 8 = 0$ これを解いて, $x = 2, 4$

以上より, 2つの定点の座標は, x 座標の小さい方から, $(\underbrace{2}_ウ, \underbrace{2}_ウ)$, $(\underbrace{4}_エ, \underbrace{2}_エ)$

(3) 直線 $y = x + 1$ を変形して, $-x + y - 1 = 0$

これより, C_2 の中心 $(3, a)$ と直線 $-x + y - 1 = 0$ について, 点と直線の距離の公式より,

$$\frac{|-3 + a - 1|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{|a - 4|}{\sqrt{2}}$$

C_2 が直線と異なる2点で交わる条件は, これが C_2 の半径より小さいこと, すなわち

$$\frac{|a - 4|}{\sqrt{2}} < \sqrt{a^2 - 4a + 5}$$

両辺は負でないので, 2乗すると, $\frac{|a - 4|^2}{2} < a^2 - 4a + 5$

整理して, $a^2 > 6$

以上より, 求める a の値の範囲は, $\underbrace{a < -\sqrt{6}, \sqrt{6} < a}_オ$

- (4) C_1 の中心は $(0, 0)$, 半径は 2
 C_2 の中心は $(3, a)$, 半径は $\sqrt{a^2 - 4a + 5}$
 中心間の距離は $\sqrt{3^2 + a^2} = \sqrt{a^2 + 9}$ なので, C_1 と C_2
 が外接するための条件は,

$$\sqrt{a^2 + 9} = 2 + \sqrt{a^2 - 4a + 5}$$

両辺を 2 乗すると,

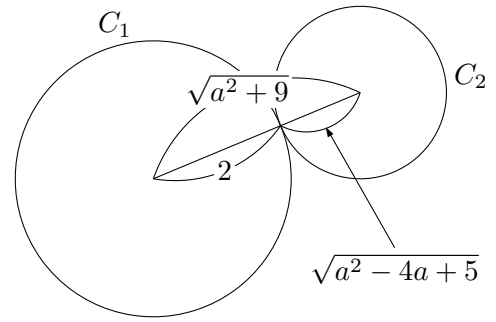
$$a^2 + 9 = 4 + 4\sqrt{a^2 - 4a + 5} + a^2 - 4a + 5$$

整理して, $\sqrt{a^2 - 4a + 5} = a$ ($a \geq 0$)

さらに両辺を 2 乗すると, $a^2 - 4a + 5 = a^2$

整理して, $4a = 5$

以上より, 求める a の値は, $a = \frac{5}{4}$ (これは $a \geq 0$ を満たす)



- (5) $a = 1$ のとき,

$$C_1 : x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$C_2 : x^2 - 6x + y^2 - 2y + 8 = 0$$

C_1 と C_2 の 2 つの共有点 A, B を通る C_1 以外の円または直線の方程式は, 実数の定数 k を用いて,

$$x^2 - 6x + y^2 - 2y + 8 + k(x^2 + y^2 - 4) = 0 \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

で表すことができる.

ここで, 直線 AB の方程式は, $k = -1$ を式 $\textcircled{3}$ に代入すると,

$$x^2 - 6x + y^2 - 2y + 8 - (x^2 + y^2 - 4) = 0$$

整理して, $y = -3x + 6$

さらに, 2 点 A, B と原点 $(0, 0)$ を通る円について, $(x, y) = (0, 0)$ を式 $\textcircled{3}$ に代入すると,

$$8 - 4k = 0 \quad \text{これより, } k = 2$$

$k = 2$ を式 $\textcircled{3}$ に代入すると,

$$x^2 - 6x + y^2 - 2y + 8 + 2(x^2 + y^2 - 4) = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 - \frac{2}{3}y = 0$$

整理して, $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$

以上より, 求める円の中心の座標は $\left(1, \frac{1}{3}\right)$, 半径は $\frac{\sqrt{10}}{3}$ である.

(6) $a = 0$ のとき

C_1 の中心は $(0, 0)$, 半径は 2

C_2 の中心は $(3, 0)$, 半径は $\sqrt{5}$

ここで, 点 (x_1, y_1) は C_1 上の点であるので, $x_1^2 + y_1^2 = 4$ ($-2 \leq x_1 \leq 2$)

また, C_1 上の点 (x_1, y_1) における C_1 の接線の方程式は,

$$x_1x + y_1y = 4$$

整理して, $x_1x + y_1y - 4 = 0$

これより, C_2 の中心 $(3, 0)$ と直線 $x_1x + y_1y - 4 = 0$ について, 点と直線の距離の公式より,

$$\frac{|3x_1 + 0 - 4|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} = \frac{|3x_1 - 4|}{2}$$

C_2 がこの直線と接する条件は,

$$\frac{|3x_1 - 4|}{2} = \sqrt{5}$$

これを解いて, $x_1 = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{3}$

ここで, $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ なので, $4 < \sqrt{20} < 5$ であることから,

$$8 < 4 + 2\sqrt{5} < 9 \quad \frac{8}{3} < \frac{4 + 2\sqrt{5}}{3} < 3$$

であるので, $-2 \leq x_1 \leq 2$ より, $x_1 = \frac{4 + 2\sqrt{5}}{3}$ は不適当. 一方,

$$-1 < 4 - 2\sqrt{5} < 0 \quad -\frac{1}{3} < \frac{4 - 2\sqrt{5}}{3} < 0$$

であるので, $-2 \leq x_1 \leq 2$ より, $x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{5}}{3}$ は条件を満たす.

以上より, 求める x_1 の値は, $x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{5}}{3}$

[4]

■解答例□

(1) 曲線 C_1 , C_2 は共有点 $(1, 0)$ をもつので,

$$f(1) = g(1) = 0$$

$$a + b - 1 = 0$$

$$b = 1 - a \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

が成り立つ. また, 共有点 $(1, 0)$ における曲線 C_1 と C_2 の接線は一致するので,

$$f'(x) = 2ax + b, \quad g'(x) = \frac{c}{x} \text{ より,}$$

$$f'(1) = g'(1)$$

$$2a + b = c$$

ここで, $\textcircled{1}$ を代入すると,

$$2a + 1 - a = c$$

$$a = \underline{\underline{c - 1}}$$

これを $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$b = 1 - (c - 1)$$

$$b = \underline{\underline{-c + 2}}$$

$$(2) \quad \int_1^2 \log x \, dx = \left[x \log x - x \right]_1^2 = 2 \log 2 - 2 - (\log 1 - 1) = \underline{\underline{2 \log 2 - 1}}$$

また,

$$\begin{aligned} \int_1^2 (\log x)^2 \, dx &= \left[x (\log x)^2 \right]_1^2 - \int_1^2 x \{ (\log x)^2 \}' \, dx \\ &= 2 (\log 2)^2 - \int_1^2 x \cdot 2 \log x \cdot \frac{1}{x} \, dx \\ &= 2 (\log 2)^2 - 2 \int_1^2 \log x \, dx \\ &= 2 (\log 2)^2 - 2 (2 \log 2 - 1) \\ &= 2 \left\{ \underline{\underline{(\log 2)^2 - 2 \log 2 + 1}} \right\} \end{aligned}$$

(3) (1) より, $f(x) = (c - 1)x^2 + (-c + 2)x - 1$ である.

(i) $1 < x < 2$ において, $f(x) > g(x)$ がつねに成り立つとき

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 \{ f(x) - g(x) \} \, dx \\ &= \int_1^2 \{ (c - 1)x^2 + (-c + 2)x - 1 - c \log x \} \, dx \\ &= \left[\frac{c - 1}{3} x^3 + \frac{-c + 2}{2} x^2 - x \right]_1^2 - c \int_1^2 \log x \, dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{8(c-1)}{3} + 2(-c+2) - 2 - \left(\frac{c-1}{3} + \frac{-c+2}{2} - 1 \right) - c(2\log 2 - 1) \\
&= \frac{11 - 12\log 2}{6}c - \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

ここで、 $S = \frac{10}{3} - 4\log 2$ なので、

$$\frac{11 - 12\log 2}{6}c - \frac{1}{3} = \frac{10}{3} - 4\log 2$$

$$\frac{11 - 12\log 2}{6}(c - 2) = 0$$

したがって、 $c = 2$ を得る。

(ii) $1 < x < 2$ において、 $f(x) < g(x)$ がつねに成り立つとき

$$\begin{aligned}
S &= \int_1^2 \{g(x) - f(x)\} dx \\
&= - \int_1^2 \{f(x) - g(x)\} dx \\
&= - \frac{11 - 12\log 2}{6}c + \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$S = \frac{10}{3} - 4\log 2$ なので、

$$- \frac{11 - 12\log 2}{6}c + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} - 4\log 2$$

$$\frac{11 - 12\log 2}{6}c = -3 + 4\log 2$$

$$c = \frac{6(4\log 2 - 3)}{11 - 12\log 2}$$

ここで、 $e > 2.7$ なので、

$$2^7 = 128 < 143.48907 = (2.7)^5 < e^5$$

$$2 < e^{\frac{5}{7}}$$

$$\log 2 < \frac{5}{7} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

より、

$$4\log 2 - 3 < 4 \cdot \frac{5}{7} - 3 = -\frac{1}{7} < 0$$

$$11 - 12\log 2 > 11 - 12 \cdot \frac{5}{7} = \frac{17}{7} > 0$$

となるので、 $\frac{6(4\log 2 - 3)}{11 - 12\log 2} < 0$ となり、これは $c > 0$ を満たさないので不適當。

(iii) $1 < x < 2$ において、曲線 C_1 と C_2 が共有点をもつとき

$h(x) = f(x) - g(x)$ とすると、

$$\begin{aligned}
h'(x) &= f'(x) - g'(x) \\
&= 2(c-1)x - c + 2 - \frac{c}{x} \\
&= \frac{2(c-1)x^2 + (-c+2)x - c}{x}
\end{aligned}$$

$1 < x < 2$ において、曲線 C_1 と C_2 が共有点をもつとき、

$1 < x < 2$ において、 $h'(x) = 0$ を満たす x が少なくとも1つ存在する。 $k(x) = 2(c-1)x^2 + (-c+2)x - c$ とすると、
 $h'(x)$ の符号の変化と $k(x)$ の符号の変化は一致するので、
 $a \neq 0$ より、 $c \neq 1$ となることと、 $k(x) = \{2(c-1)x + c\}(x-1)$ より、

$$1 < -\frac{c}{2(c-1)} < 2$$

$$\frac{2}{3} < c < \frac{4}{5}$$

が成り立つ。

また、このとき、 $1 \leq x \leq 2$ における $h(x)$ の増減表は以下のようになる。

x	1	...	$-\frac{c}{2(c-1)}$...	2
$h'(x)$		+	0	-	
$h(x)$	0	↗		↘	

したがって、 $\frac{2}{3} < c < \frac{4}{5}$ において、 $f(2) = 2c - 1 > 0$ であるので、
 曲線 C_1 と C_2 が共有点をもつとき曲線 C_1 と C_2 および直線 $x = 2$ で
 囲まれた部分 D は右図の斜線部分となる。

(2)より、 $\int_1^2 \log x \, dx = 2 \log 2 - 1$ を用いて、

$$\begin{aligned}
 S &\leq \int_1^2 g(x) \, dx \\
 &= \int_1^2 c \log x \, dx \\
 &= c(2 \log 2 - 1) < \frac{4}{5}(2 \log 2 - 1)
 \end{aligned}$$

であり、②より、

$$\begin{aligned}
 \frac{10}{3} - 4 \log 2 - \frac{4}{5}(2 \log 2 - 1) &= \frac{2}{15}(31 - 42 \log 2) \\
 &> \frac{2}{15}\left(31 - 42 \cdot \frac{5}{7}\right) = \frac{2}{15} > 0
 \end{aligned}$$

となるが、 $S \leq \int_1^2 g(x) \, dx < \frac{10}{3} - 4 \log 2$ となり矛盾する。

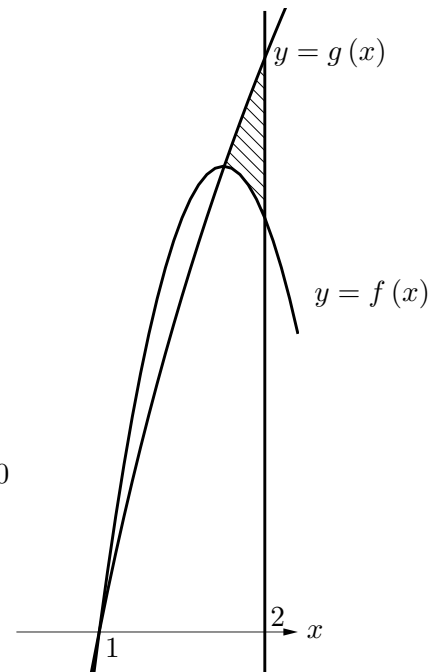
したがって、 $1 < x < 2$ において、曲線 C_1 と C_2 が共有点をもつときは不適当。

以上(i)~(iii)より、求める c の値は $c = 2$ である。

また、このとき、 $g'(1) = \frac{2}{1} = 2$ より、接線 l の方程式は

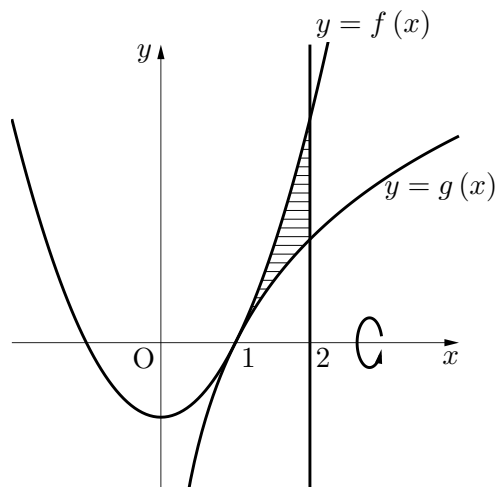
$$y - 0 = 2(x - 1)$$

$$\underline{\underline{y = 2x - 2}}$$



(4) $c = 2$ より, $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2 \log x$ である.

このとき, 曲線 C_1 と C_2 および直線 $x = 2$ で囲まれた部分 D は下図の斜線部分となる.



よって, $V = \pi \left\{ \int_1^2 (x^2 - 1)^2 dx - \int_1^2 (2 \log x)^2 dx \right\}$ と表せる.

ここで,

$$\begin{aligned} \int_1^2 (x^2 - 1)^2 dx &= \int_1^2 (x^4 - 2x^2 + 1) dx \\ &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x \right]_1^2 \\ &= \frac{32}{5} - \frac{16}{3} + 2 - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + 1 \right) \\ &= \frac{38}{15} \end{aligned}$$

また, (2) より, $\int_1^2 (\log x)^2 dx = 2 \left\{ (\log 2)^2 - 2 \log 2 + 1 \right\}$ なので,

$$\begin{aligned} \int_1^2 (2 \log x)^2 dx &= 4 \int_1^2 (\log x)^2 dx \\ &= 8 (\log 2)^2 - 16 \log 2 + 8 \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned} V &= \pi \left\{ \frac{38}{15} - 8 (\log 2)^2 + 16 \log 2 - 8 \right\} \\ &= \pi \left\{ \underbrace{-8 (\log 2)^2 + 16 \log 2 - \frac{82}{15}} \right\} \end{aligned}$$